

Alkukilpailu 8.11.2016

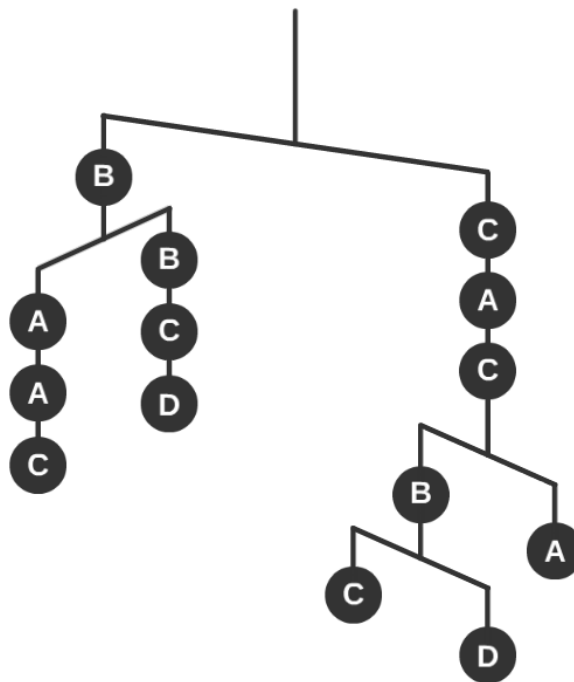


Jos sinulla on kysymykset pisteetyksistä, kysy täällä:

<https://docs.google.com/document/d/1DLnmnOqb0wAlYis49Z7oYn7vjMHopKFBLan1EvqVPd8/edit?usp=sharing>

Yritetään vastata mahd. pian.

1. Järjestä vaa'an punnukset A-D kevyimmästä painavampaan. 6p.



Esim: vain  $C < D$  1p

$B+C+D < A$  tai  $A$  on painavin + 2p

Sitten vaikka epäyhtälö:

$2B+2A+2C+D < 3C+2A+B+D$

$B < C$  +1p

Eli  $B < C < D < A$  + 2p

2. A) Kuinka suuri on kulma x? 3p.

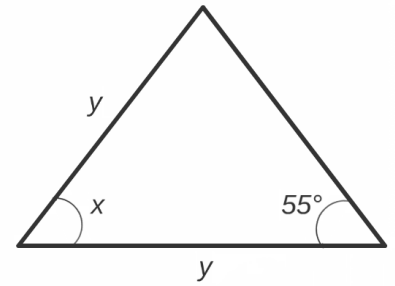
(i)  $80^\circ$  (ii)  $70^\circ$  (iii)  $55^\circ$  (iv)  $50^\circ$

Vastaus:  $70^\circ$

Perustelu:

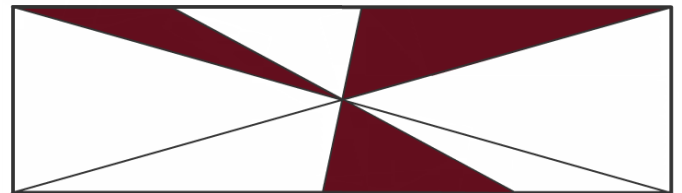
Tasakylkisen kolmion kantakulmat ovat yhtä suuret. (1p)

Huippukulma  $x = 180^\circ - 2 \cdot 55^\circ = 70^\circ$ . (lauseke +2p)



Perustelu yht: 2p  
oikea vastaus 1p.

b). Suorakulmion jakavat janat kulkevat keskipisteen kautta.  
Montako prosenttia nelikulmion pinta-alasta on tummennettu? 3p.



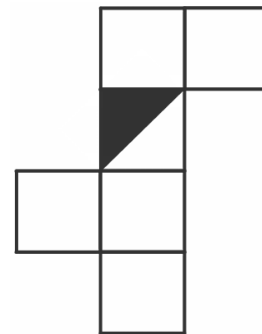
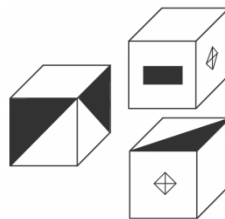
Perustelu 2p  
oikea vastaus +1p.

Esim:

Kun tummennetuista kolmioista alin peilataan suorakulmion keskipisteen suhteen, tummennetut alueet muodostavat yhdessä kolmion, jonka kanta on yhtä pitkä kuin suorakulmion kanta ja korkeus on puolet suorakulmion korkeudesta. Tummennettu alue on siis  $\frac{1}{4} = 25\%$  koko suorakulmion pinta-alasta.

3. Täytä kuution levityskuvio. 6p.

Yksi ratkaisu riittää 6p:

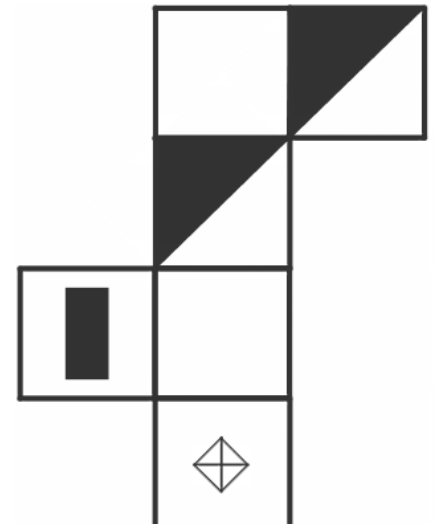
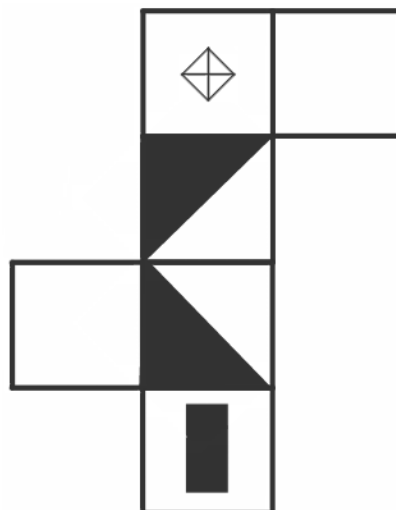


Osasuoritukset:

Suorakulmio oikeassa kohdassa 1p. ja oikeinpäin 1p.

Kaikista muista sivuista 1p.

(jos kuvio väärinpäin 0,5p.)



4. Logaritmi on laskutoimitus, joka määritellään seuraavasti

$$\log_3 9 = 2, \quad \text{koska } 3^2 = 9$$

$$\log_2 8 = 3, \quad \text{koska } 2^3 = 8$$

$$\log_5 125 =$$

$$\log_2 32 =$$

$$\log_x (x^2)^a =$$

Ratkaisut:

$$\log_5 125 = 3, \text{ koska } 5^3 = 125 \quad 1,5 \text{ p}$$

$$\log_2 32 = 5, \text{ koska } 2^5 = 32, \quad +1,5 \text{ p}$$

$$\log_x (x^2)^a = \log_x x^{2a} = 2a \quad +3\text{p}$$

5. Voikukka kukkii kolme päivää keltaisena, neljäntenä päivänä aamulla se muuttuu valkoiseksi ja pysyy sellaisena viidennen päivän iltaan asti, sitten siemenet lentävät pois. Maanantaina pihalla oli 20 valkoista ja 16 keltaista voikukkaa. Keskiviikkona pihalla oli 8 keltaista ja 11 valkoista voikukkaa. Kuinka monta valkoista voikukkaa on pihalla lauantaina? Kirjoita perustelut (päätelyketju).



Ratkaisu: Voikukka pysyy valkoisena neljäntenä ja viitenä päivänä.

Eli lauantaina valkoiset ovat puhjenneet keltaisiksi tiistaina tai keskiviikkona. 1p

Mietitään, montako sellaista on?

20 maanantaina valkoista voikukkaa jo lähettivät siemeniä maailmaan ennen keskiviikkoa. Niiden määrää ei tarvitse ottaa huomioon. +1p

16 voikukkaa, jotka olivat keltaisina maanantaina, kukkivat keskiviikkona joko keltaisina tai valkoisina. +1p

Keskiviikkona oli  $8+11 = 19$  voikukkaa. 16 niistä olivat jo maanantaina, loput  $19-16 = 3$  ovat puhjenneet juuri tiistaina tai keskiviikkona ja muuttuivat valkoisiksi lauantaiiksi. +2p

Vastaus: 3 voikukkaa. +1p

6. Apina on onnellinen, jos hän omistaa kolme eri laitetta. Kuinka monta apinaa voidaan tehdä onnelliseksi 40 pelikonsolilla, 60 tabletilla, 80 aktiivisuusrannekkeella ja 100 älykännykällä? Anna esimerkki, miten laitteet pitää jakaa.

Ratkaisu:

Laitetaan älykännykät sivuun.

Lasketaan, kuinka paljon on muita laitteita yhteensä:  $40+60+80=180$

Jokaiselle apinalle voidaan antaa vain yksi älykännykkä ja 2 muuta laitetta eli onnellisten apinoiden määrä on  $180:2=90$ . 3p

Esimerkiksi:

10 apinaa saa pelikonsolin, tabletin ja älykännykän,

30 apinaa saa pelikonsolin, aktiivisuusrannekkeen ja älykännykän,

50 apinaa saa tabletin, aktiivisuusrannekkeen ja älykännykän.

3p

(siis tästä  $(40+60+80+100):3 = n.93 - 0p$ )

7. Ratkaise x yhtälöstä

$$\frac{7x + \frac{1}{2}}{3} - \frac{3x - \frac{1}{3}}{2} = 2$$

[Lyhyen matematiikan yo K2012]

ratkaisu

$$2\left(7x + \frac{1}{2}\right) - 3\left(3x - \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot 6 \quad 2p$$

$$14x + 1 - 9x + 1 = 12 \quad +2p$$

$$5x = 10 \quad +1p$$

$$x = 2 \quad +1p$$

8. Jaa luku 1 kahteen tekijään, joiden erotus on  $\frac{5}{6}$

Ratkaisu

$$a \cdot b = 1$$

$$a - b = \frac{5}{6} \quad \text{yhtälöpari } 2p$$

$$a = \frac{5}{6} + b$$

$$\left(\frac{5}{6} + b\right) \cdot b = 1$$

$$b^2 + \frac{5}{6}b - 1 = 0$$

Yhtälöä ratkaisemalla tai kokeilemalla:

$$b = \frac{2}{3}, a = \frac{3}{2} \quad +2p$$

$$b = -1,5; a = -\frac{2}{3} \quad +2p$$

Vastaus:  $\frac{3}{2}$  ja  $\frac{2}{3}$  ja  $-\frac{3}{2}$  ja  $-\frac{2}{3}$  ( hyväksytään myös 1,5 ja -1,5 vastaavasti)