

Peruskoulun matematiikkakilpailu

Alkukilpailu 23.10.-3.11.2017



Työskentelyaika 45 minuuttia. Ratkaise tehtävät 1-3 tehtäväpaperiin. Muiden tehtävien ratkaisut tulee tehdä erilliselle vastauspaperille.

Perustelee laskulausekkeella, piirroksella tai selityksellä. Palauta tämä tehtäväpaperi vastauspaperisi mukana. Laskinta ei saa käyttää. Sallitut välineet: lyijykynä, viivoitin, pyyhkekumi.

Nimi: _____

s-postiosoite: _____

Koulu: _____

Opettaja: _____

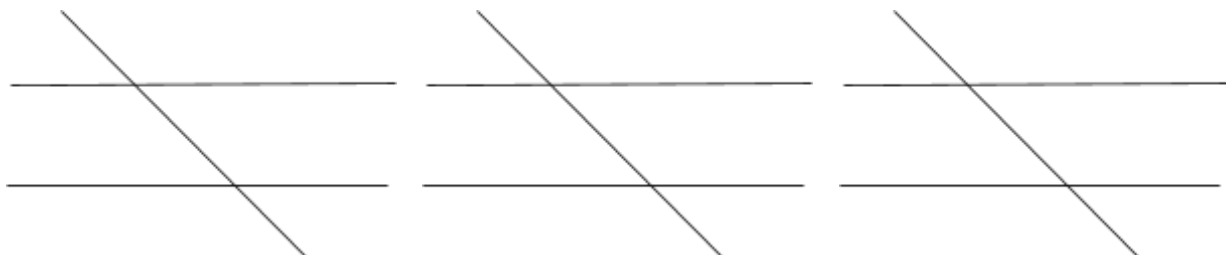
Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8	Yht.
Max.	6	6	6	6	6	6	6	6	48
Pisteet									

1. Symbolit noudattavat tiettyä sääntöä. Lisää puuttuvat symbolit ruutuihin.

▼	A	+	%	%	A	+	▼
▼	A	+	▼	A	+	%	%
A	+	▼	▼	A	+	▼	A
+	%	%	A	+	▼	▼	A
+	▼				%	A	+
▼	▼				A	+	%
%	A	+	▼	▼	A	+	▼
A	+	%	%	A	+	▼	▼

Vastaus:

2. Täydennä jokaiseen kuvaan kaksi suoraa lisää niin, että suorilla olisi tasan 7 leikkauspistettä. Piirrä 3 olennaisesti erilaista ratkaisua.

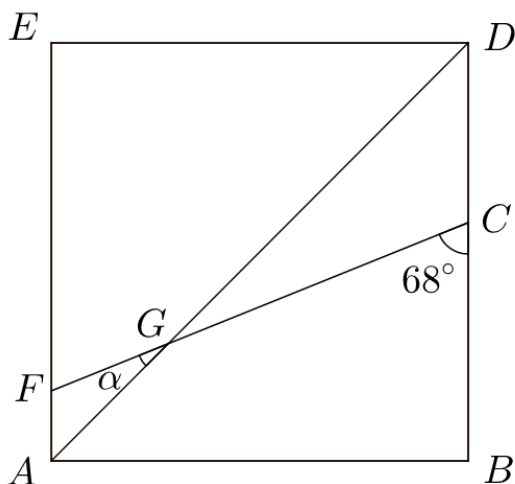


3. Päivämäärä ilmoitetaan 8 numeron avulla. Esim. matematiikkakilpailun loppukilpailu pidetään perjantaina 19.01.2018.

Mikä on loppukilpailun jälkeen seuraava päivämäärä,

- a) jonka numeroiden summa on pienin?
b) joka takaperin kirjoitettaessa ei muutu?
c) jossa yksikään numero ei toistu?
d) jonka numeroiden summa on 35?

4. Laske kulma α , kun $ABDE$ on neliö.



5. Pölynimuri on neljäkymmentä euroa halvempi kuin kännykkä. Tabletti on neljä kertaa niin kallis kuin pölynimuri. Tietokone on neljä kertaa niin kallis kuin kännykkä. Yhteensä laitteet maksavat 1000 euroa. Laske laitteiden hinnat.

6. a) Mikä on luvun $\frac{9^4 (9^3)^5}{9^{16}}$ viimeinen numero? Perustele.

b) Mikä on luvun $9^{2017} + 9^{2018}$ viimeinen numero? Perustele.

7. Mies sanoi: "Hääpäivänäni ikäni suhde vaimoni ikään oli 4:3, mutta 9 vuotta myöhemmin ikiemme suhde oli 5:4." Kuinka vanhoja mies ja nainen olivat häpäivänään? (YO-tehtävä vuodelta 1874)

8.

- a) Lukua sanotaan *täydelliseksi luvuksi*, jos se on itseään pienempien tekijöidensä summa. Luvun 6 itseään pienemmät tekijät ovat 1, 2 ja 3. Näiden summa on 6. Luku 6 on täten täydellinen luku.

Mikä on seuraava täydellinen luku?

- b) *Ystävällisessä lukuparissa* on kaksi eri lukua, joista kumpikin on toisen tekijöiden summa. Tekijät ovat pienempiä kuin luku itse. Osoita, että 220 ja 284 ovat ystävällinen lukupari.

Grundskolans matematiktävling

23.10.-3.11.2017



Provtid 45 minuter. Uppgifterna 1-3 svaras på uppgiftspappret. Alla andra uppgifter görs på ett skilt konceptpapper.

Motivera med beräkningsuttryck, ritning eller förklaring. Lämna in detta uppgiftspapper med ditt konceptpapper. Räknare får ej användas. Tillåtna hjälpmedel: blyertspenna, linjal, suddgummi.

Namn: _____

e-post: _____

Skola: _____

Lärare: _____

Uppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	Tot.
Max.	6	6	6	6	6	6	6	6	48
Poäng									

1. Symbolerna följer ett visst mönster. Tilllägg de symboler som fattas i rutorna.

▼	A	+	%	%	A	+	▼
▼	A	+	▼	A	+	%	%
A	+	▼	▼	A	+	▼	A
+	%	%	A	+	▼	▼	A
+	▼				%	A	+
▼	▼				A	+	%
%	A	+	▼	▼	A	+	▼
A	+	%	%	A	+	▼	▼

Svar:

2. Tilllägg två linjer till varje bild så att linjerna i dem har exakt sju skärningspunkter. Rita tre signifikant olika lösningar



3. Datum anges med 8 siffror. 19.01.2018 är t.ex. matematiktävlingens finaldag.

Vilket datum efter finaldagen

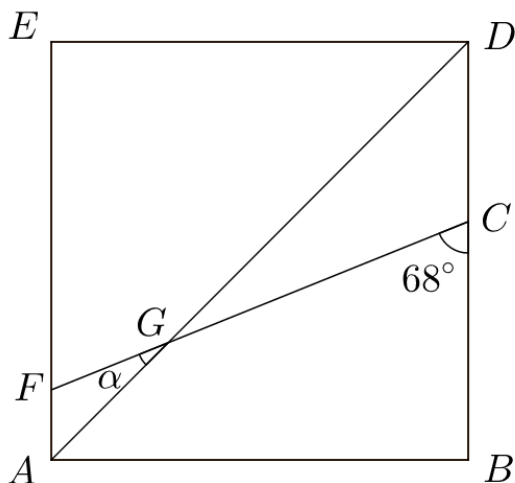
a) har minsta siffersumman? _____

b) är följande som inte ändrar fastän det skrivs baklänges? _____

c) är följande i vilken ingen siffra förekommer flera gånger? _____

d) är följande som har siffersumman 35? _____

4. Beräkna storleken av vinkeln α då $ABDE$ är en kvadrat.



5. En dammsugare är fyrtio euro billigare än en mobil. En surfplatta kostar fyra gånger så mycket som en dammsugare. En dator kostar fyra gånger så mycket som en mobil. Alla tillsammans kostar 1000 euro. Beräkna priserna för de olika apparaterna.

6. a) Vilken är sista siffran i talet $\frac{9^4 (9^3)^5}{9^{16}}$? Motivera.

b) Vilken är sista siffran i talet $9^{2017} + 9^{2018}$? Motivera.

7. En man konstaterade: "På vår vigsel dag var min ålder i förhållande till min hustrus ålder 4:3, men 9 år senare var våra ålders förhållande 5:4." Hur gamla var mannen och kvinnan då de vigdes? (Studentuppgift från år 1874)

8.

a) Ett tal anses vara *perfekt* ifall det är lika stort som summan av sina egna delare (inklusive 1, men exklusive talet självt). Talet 6 har delarna 1, 2 och 3. Deras summa är 6. Talet 6 är därför ett perfekt tal.

Vilket är följande perfekta tal?

b) *Vänskapliga tal* är två olika heltal, som är relaterade så att summan av det ena talets delare är lika med det andra talet och vice versa. Delarna är mindre än talen själv. Visa att talen 220 och 284 är vänskapliga tal.

Mathematics competition in Finnish comprehensive school. 23.10.-3.11.2017



Working time is 45 minutes. Do not use a calculator. You can use a pencil, a ruler, an eraser. **Remember to provide explanation** with pictures, equations or in words. You should do tasks 1-3 on this paper, and tasks 4-8 on the separate sheet. Return all papers even if you have not finished.

Name: _____
 e-mail: _____

 School: _____
 Teacher: _____

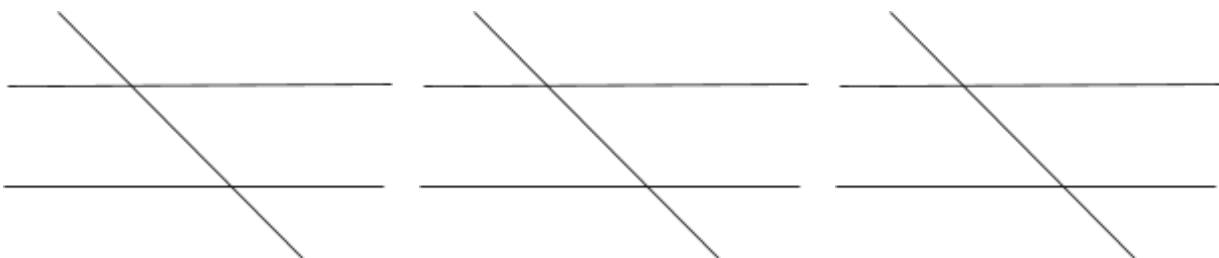
Task	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
Max.	6	6	6	6	6	6	6	6	48
Points									

1. The symbols follow a certain pattern. Put the missing symbols in the squares below.

▼	A	+	%	%	A	+	▼
▼	A	+	▼	A	+	%	%
A	+	▼	▼	A	+	▼	A
+	%	%	A	+	▼	▼	A
+	▼				%	A	+
▼	▼				A	+	%
%	A	+	▼	▼	A	+	▼
A	+	%	%	A	+	▼	▼

Answer:

2. Draw two straight lines in each picture so that there will be exactly 7 crossing points. Draw 3 significantly different cases.

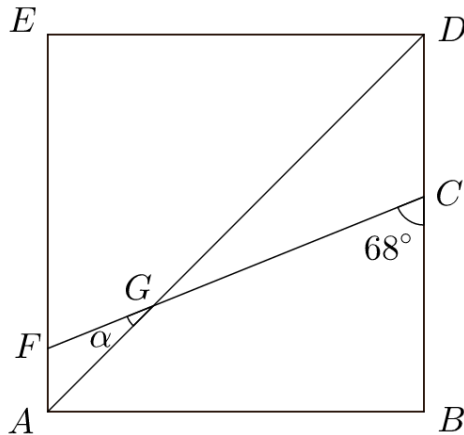


3. Dates are often written using 8 digits. For example, the final competition will be on Friday 19.01.2018.

Write the closest dates after the final competition such that:

- a) the sum of the digits is the smallest _____;
- b) the date does not change when written backwards _____;
- c) no digit repeats _____;
- d) the sum of the digits used is 35 _____.

4. Calculate the angle α , if $ABDE$ is a square.



5. A vacuum cleaner is forty euro cheaper than a mobile phone. A tablet costs four times as much as the vacuum cleaner. A computer costs four times as much as the mobile phone. All together they cost 1000 euro. Calculate the price of each device.

6. a) What is the last digit of number $\frac{9^4 (9^3)^5}{9^{16}}$? Explain.

b) What is the last digit of number $9^{2017} + 9^{2018}$? Explain.

7. A man said: "The ratio of my age to my wife's age on our wedding day was 4:3, but 9 years later it was 5:4." What were the ages of the man and his wife on their wedding day? (problem from YO 1874)

8. a) A number is a *perfect number* if it is equal to the sum of its proper positive divisors. The proper divisors of the number 6 are 1, 2 and 3. Their sum is 6. So 6 is a perfect number.

What is the next perfect number?

b) *Amicable numbers* are two different numbers such that the sum of the proper divisors of each is equal to the other number. Prove that 220 and 284 are amicable numbers.

Proper divisor means a factor of n other than n (but including 1).

23.10.-3.11.2017

Время работы 45 минут. Калькулятором пользоваться не разрешается. Решение приводить обязательно! Решением или обоснованием может быть выражение, рисунок, чертёж или объяснение. Задания 1-3 выполняются на этом листе, задания 4-8 на отдельном листе в клеточку. Сдай все решения, даже если они не доведены до конца.

Имя: _____
 e-mail: _____
 Школа: _____
 Учитель: _____

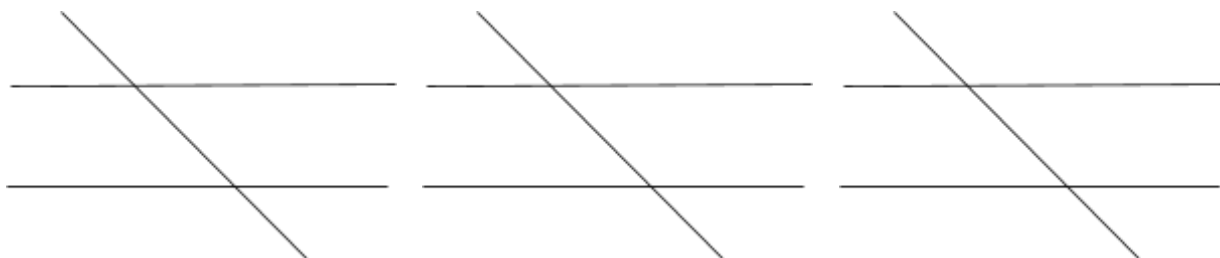
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Максимум	6	6	6	6	6	6	6	6	48
Баллы									

1. В расположении символов есть определенная логика. Догадайся какая логика и запиши пропущенные символы в клетки.

▼	A	+	%	%	A	+	▼
▼	A	+	▼	A	+	%	%
A	+	▼	▼	A	+	▼	A
+	%	%	A	+	▼	▼	A
+	▼				%	A	+
▼	▼				A	+	%
%	A	+	▼	▼	A	+	▼
A	+	%	%	A	+	▼	▼

Ответ:

2. Начерти на каждом рисунке две прямые так, чтобы было ровно 7 точек пересечения. Начерти 3 принципиально разных варианта.

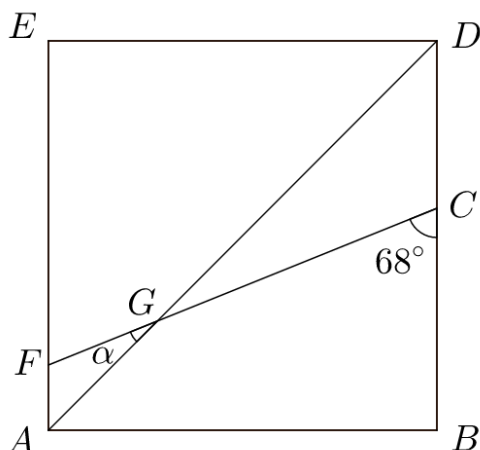


3. Даты обычно записывают, используя 8 цифр. Например, финал математической олимпиады будет в пятницу 19.01.2018.

Запиши даты, следующие после финала олимпиады, такие чтобы:

- a) сумма цифр была наименьшей _____ ;
b) дата не изменялась при записи задом наперед _____ ;
c) ни одна цифра не повторялась _____ ;
d) сумма цифр равнялась 35 _____ .

4. Вычисли угол α , если $ABDE$ – квадрат



5. Пылесос стоит на сорок евро дешевле мобильного телефона. Планшет стоит в четыре раза дороже, чем пылесос. Компьютер стоит в четыре раза дороже, чем мобильный телефон. Все приборы вместе стоят 1000 евро. Вычисли, сколько стоит каждый прибор.

6. a) Какова последняя цифра числа $\frac{9^4 (9^3)^5}{9^{16}}$? Обоснуй свой ответ.
b) Какова последняя цифра числа $9^{2017} + 9^{2018}$? Обоснуй свой ответ.

7. Мужчина сказал: « В день свадьбы соотношение моего возраста к возрасту жены было 4:3, а девять лет спустя оно стало 5:4.» Вычисли, каков был возраст мужа и жены в день свадьбы. (задача УО 1874)

8. a) Число называют *совершенным*, если оно равно сумме всех своих делителей, меньших его самого. Делители числа 6, меньшие его самого, это 1, 2 и 3. Их сумма равна 6. Значит 6 – это совершенное число.

Найди следующее совершенное число.

- b) *Дружественными числами* называют два различных числа, каждое из которых является суммой делителей другого. Делители должны быть меньше самого числа. Докажите, что 220 и 284 являются дружественными числами.