

Peruskoulun matematiikkakilpailun alkukilpailun pisteytysohjeet v. 2017-2018

1. Symbolit noudattavat tiettyä kaavaa. Lisää puuttuvat symbolit ruutuihin. (1 p /symboli)
-

Ratkaisu:

Symbolit muodostavat jonon, joista yhdellä vaakarivillä on näkyvissä 8 symbolia kerrallaan

▼	A	+	%	%	A	+	▼	▼	A	+
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

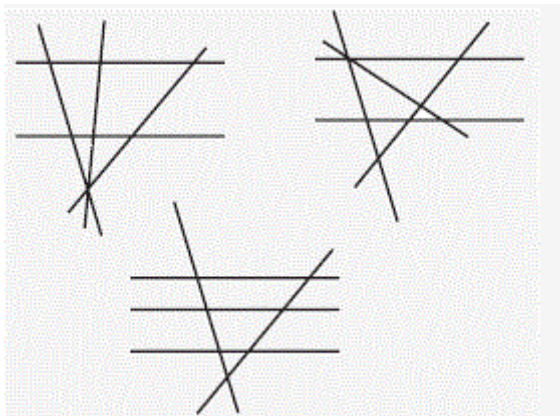
Vastaus:

A	+	%
A	+	▼

Pisteytys: 1 p/symboli

2. Täydennä jokaiseen kuvaan kaksi suoraa lisää niin, että suorilla olisi tasan 7 leikkauspistettä. Piirrä 3 olennaisesti erilaista ratkaisua.
-

Vastaus:

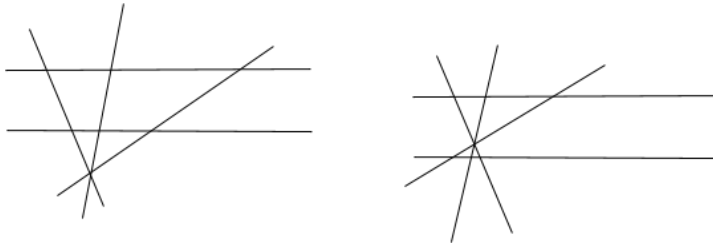


Pisteytys: 2 p/ratkaisu

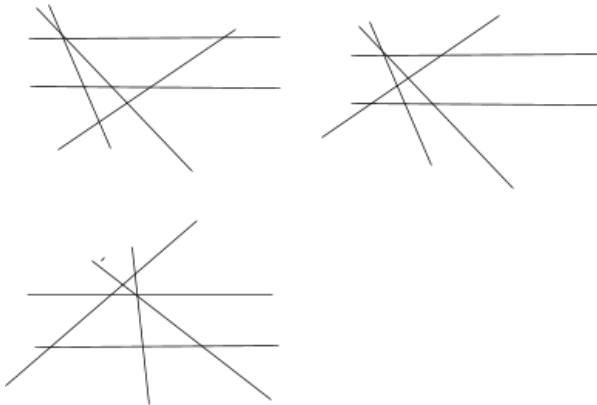
Huom:

Periaatteessa oleellisesti erilaisia vaihtoehtoja on kolme:

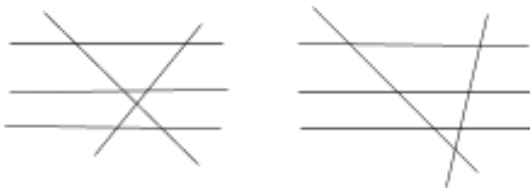
- A.** Kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kolme suoraa leikkaavat toisensa pisteessä, joka ei ole yhdensuuntaisten suorien piste:



- B.** Kaksi suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kolmen suoran leikkauspiste on toisen yhdensuuntaisen suoran piste:



- C.** Kolme suoraa ovat yhdensuuntaisia. Kahden muun suoran leikkauspiste on niiden ulkopuolella tai välissä:



Mikäli kahden ratkaisun ainoa ero on leikkaavien suorien välisen kulman suuruus tai ratkaisut ovat toistensa peilikuvia, hyväksytään ratkaisusta vain toinen.

3. Päivämäärä ilmoitetaan 8 numeron avulla. Esim. matematiikkakilpailun loppukilpailu pidetään perjantaina 19.01.2018.

Mikä on loppukilpailun jälkeen seuraava päivämäärä,

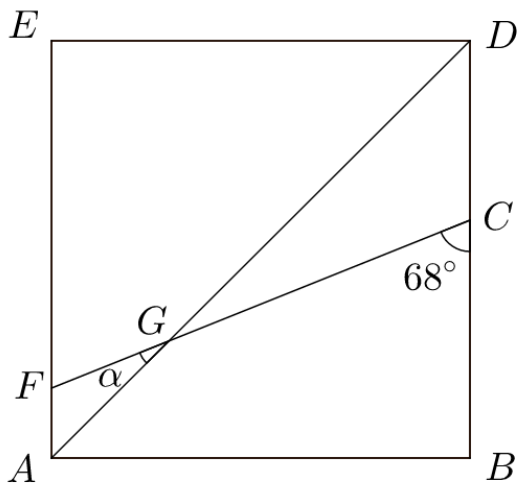
- a) jonka numeroiden summa on pienin?
- b) joka takaperin kirjoitettaessa ei muutu?
- c) jossa yksikään numero ei toistu?
- d) jonka numeroiden summa on 35?

Vastaukset:

- | | | |
|---------------|---------|------------------------------|
| a) 01.01.2100 | (1,5 p) | 1.01.10000 myös hyväksytään. |
| b) 02.02.2020 | (1,5 p) | |
| c) 17.06.2345 | (1,5 p) | |
| d) 29.09.2049 | (1,5 p) | |

Jos oikea ehto, mutta ei lähin päivämäärä (tai mennyttä aikaa) niin 0,5 p

4. Laske kulma α , kun ABDE on neliö.



Esimerkkiratkaisu 1 samankohtaisilla kulmilla:

- | | |
|---|----------------------------------|
| $GAF = 45^\circ$ | (1½ p), suoran kulman puolittaja |
| $CFE = 68^\circ$ | (1½ p), samankohtaiset kulmat |
| $AFG = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$ | (1½ p), vieruskulmat |
| Kolmiosta AFG: $\alpha = 180^\circ - 45^\circ - 112^\circ = 23^\circ$ | (1½ p), kolmion kulmien summa |

Esimerkkiratkaisu 2 nelikulmion kautta:

$BAG = 45^\circ$	(1½ p), suoran kulman puolittaja
$DBA = 90^\circ$	(1½ p), neliön kulma
$AGC = 360^\circ - 45^\circ - 90^\circ - 68^\circ = 157^\circ$	(1½ p), neliön kulmien summa
$\alpha = 180^\circ - 157^\circ = 23^\circ$	(1½ p), vieruskulmat

Esimerkkiratkaisu 3 kolmion kautta:

$DCG = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$	(1½ p), vieruskulmat
$GDC = 45^\circ$	(1½ p), suoran kulman puolittaja
$CGD = 180^\circ - 45^\circ - 112^\circ = 23^\circ$	(1½ p), kolmion kulmien summa
$\alpha = CGD = 23^\circ$	(1½ p), ristikulmat

Sovella pisteytysohjetta muissa ratkaisutavoissa.

Ristikulmien, vieruskulmien yms. mainitseminen ei ole välttämätöntä, mikäli ratkaisusta käy ilmi päättely, jolla vastaukseen on päästy.

Jos päättely on oikea, mutta vastaus laskuvirheen vuoksi väärä, niin -1p

5. Pölynimuri on neljäkymmentä euroa halvempi kuin kännykkä. Tabletti on neljä kertaa niin kallis kuin pölynimuri. Tietokone on neljä kertaa niin kallis kuin kännykkä. Yhteensä laitteet maksavat 1000 euroa. Laske laitteiden hinnat.

Ratkaisu:

$$A+B+C+D = 1000$$

$$A+40 = B, C = 4A, D = 4B \quad (+3 \text{ p})$$

Vastaus: pölynimuri = 80 euroa, kännykkä = 120 e, tabletti = 320 e, tietokone = 480

Myös kokeilemalla saadut ratkaisut hyväksytään.

Pisteytys:

Kokeilemalla myös 6 p (jos kokeilu näytetty)

Jos kolme laitetta oikein, 4 p

2 laitetta oikein 2 p

1 laite oikein 1 p

6. a) Mikä on luvun $\frac{9^4 (9^3)^5}{9^{16}}$ viimeinen numero? Perustelee.
b) Mikä on luvun $9^{2017} + 9^{2018}$ viimeinen numero? Perustelee.
-

Vastaukset ja pisteytys:

a) Potenssikaavoilla sievennettynä vastaukseksi tulee $9^3 = 729$ (tai $=81 \cdot 9$), joten viimeinen numero on 9. **(2p)**

-1 p oikea sievennys, mutta väärin laskettu 9^3

b) Luvun 9 potenssien viimeiset numerot ovat parillisilla eksponenteilla 1 ja parittomilla 9. Täten kahden peräkkäisen luvun 9 potenssin summan viimeinen numero on $1 + 9 = 0$.

TAI

Kun otetaan yhteinen tekijä, saadaan $9^{2017}(1+9) = 9^{2017} \cdot 10$, joten viimeinen numero on 0.

Pisteytys: 1 p vastaus + 3 p perustelu (yhteensä 4 p)

7. Mies sanoi: "Hääpäivänäni ikäni suhde vaimoni ikään oli 4:3, mutta 9 vuotta myöhemmin ikiemme suhde oli 5:4." Kuinka vanhoja mies ja nainen olivat häääpäivänään? (YO 1874)
-

Ratkaisu yhtälöllä: Hääpäivänä on mies $4x$ vuotta ja nainen $3x$ vuotta. 9 vuotta myöhemmin on mies $4x + 9$ ja nainen $3x + 9$.

On siis oltava

$$\frac{4x+9}{3x+9} = \frac{5}{4}, \text{ josta } x = 9. \text{ Eli mies oli hääpäivänä } 36 \text{ vuotta ja nainen } 27 \text{ vuotta.}$$

TAI

Kokeilemalla: Mies oli 36 vuotta ja nainen 27 vuotta, sillä $36:27 = 4:3$ ja 9 vuoden kuluttua he olivat 45 ja 36, jolloin $45:36 = 5:4$.

Pisteytys: 3 p vastaus + 3 p perustelu (esim. yhtälö tai kokeilu)

8. a) Lukua sanotaan täydelliseksi luvuksi, jos se on itseään pienempien tekijöidensä summa. Luvun 6 itseään pienemmät tekijät ovat 1, 2 ja 3. Näiden summa on 6. Siis 6 on täydellinen luku.

Mikä on seuraava täydellinen luku? Perustele.

Ratkaisu: $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

Hyväksytään myös mikä tahansa täydellinen luku > 6 . (eli esim. 496)

Pisteytys: Luku 2 p, perustelu 1 p (yhteensä 3 p)

- b) Ystävällisessä lukuparissa on kaksi lukua, joista kumpikin on toisen tekijöiden summa. Tekijät ovat pienempiä kuin luku itse. Osoita, että 220 ja 284 ovat ystävällinen lukupari.
-

Ratkaisu:

$$220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142$$

$$284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$$

Pisteytys: perustelu 1,5 p/luku (yhteensä 3 p)