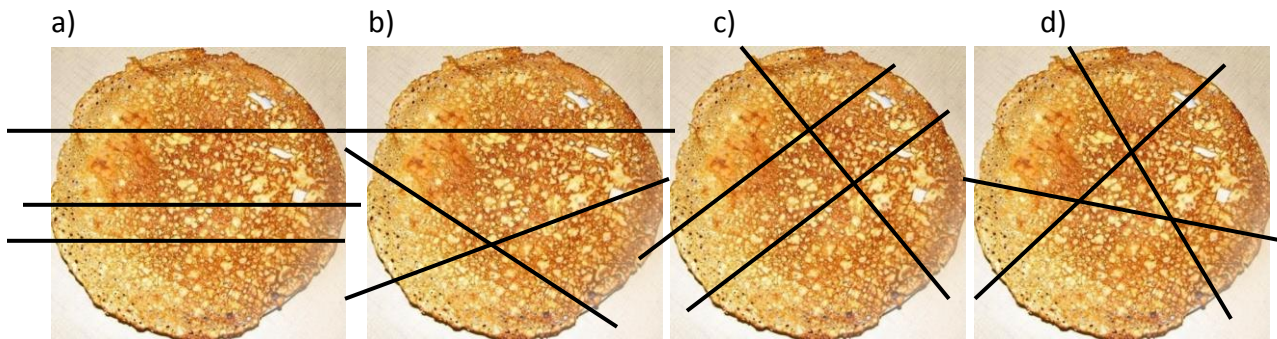


alkukilpailu 29.10.2015. Ratkaisut

1. Jaa blini kolmella suoralla **a)** neljään, **b)** viiteen, **c)** kuuteen ja **d)** seitsemään osaan. Osien ei tarvitse olla samanlaisia. Piirrä suorat kuviin.



1,5p. jokaisesta kohdasta. Muut oikeat ratkaisut myös hyväksytään

2. Päättele kirjaimien merkitys. Eri kirjaimet tarkoittavat eri numeroa. Huomaa laskutoimitukset riveittäin ja sarakkeittain.

$$\overline{AH} + \overline{8} = \overline{IF}$$

$$\overline{UJ} + \overline{F} = \overline{UF}$$

$$\overline{UH} + \overline{3} = \overline{AJ}$$

Päättelyesimerkki:

$$8 - F = 3, \Rightarrow F = 5$$

$$UJ + F = UF, \Rightarrow J = 0$$

$$UH + 3 = AJ, \Rightarrow H = 7$$

Ensimmäisestä sarakkeesta: A- parillinen, $A = 2U$,
viimeisestä rivistä $U+1=A$; ensimmäisestä rivistä $A+1 = I$.
Eli U, A, I peräkkäisiä numeroita. $A = 2, U=1, I = 3$

$$A = 2 \quad H = 7 \quad I = 3 \quad F = 5 \quad J = 0 \quad U = 1$$

1p. jokainen kohta (pelkkä vastaus riittää)

Jossain vaiheessa verkossa oli virheellinen kuva:

$$\begin{array}{r} \mathbf{AH + 8 = IF} \\ \mathbf{UF + F = UF} \\ \hline \mathbf{UH + 3 = AJ} \end{array}$$

keskimmäinen sarake: $8 - F = 3, \Rightarrow F = 5$

toinen rivi: $UF + F = UF \Rightarrow F = 0$ ristiriita.

Ei ole ratkaisua.

Annetaan 6 p, mikäli opiskelija kirjoitti perustelun, miksi ratkaisua ei ole.

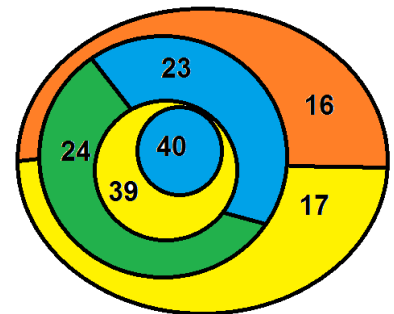
3. Tivolin tikanheitossa on mahdollista saada vain joko 16, 17, 23, 24, 39 tai 40 pistettä. Saadakseen päävoiton on saatava kasaan yhteensä tasan 100 pistettä. Montako heittoa tähän tarvitaan? Perustele.

Vastaus: 6 heittoa

Perustelu: $2 \cdot 16 + 4 \cdot 17 = 100$

vastaus 2p.

perustelu +4p.



Välipisteet, jos ei ole vastausta (esimerkillinen) :

pelkästään : 39 ja 40 ei voi käyttää = 1p

$100:16 = 6,25$ +1 p

4. a) Suklaalevyssä on 5×8 palaa. Tehtävänä on irrottaa kaikki palat toisistaan taittamalla. Kuinka monta kertaa pitää vähintään taittaa? Perustele.

Kaksi ajattelutapaa hyväksytään:

1. taitellaan pala kerrallaan $4+5 \times 7=39$ tai $7+8 \times 4=39$
2. taitellaan koko rivi kerrallaan $4+7=11$

pelkkä vastaus 1 p, perustelu (lauseke tai kuva) + 2p

b) Mikä on suklaalevyn palojen määrä, kun paloitteluun tarvitaan 90 taittoa?

1. ratkaisu: $7 \cdot 13 = 91$

Taittoja on 1 vähemmän kuin paloja

V: 91 palaa

3p

lauseke ilman vastausta 7×13 tuottaa 2p.

pelkkä vastaus 1p. / kohta

2. ajattelutavan mukaan on oltava $n \times (90-n)$ muodossa. Pakkohan sen hyväksyä 😊

5. Ystävykset ovat liittyneet Facebookiin. Montako kaveripyyntöä on tarvittu kaikkiaan, että kaikki ovat keskenään kavereita, kun

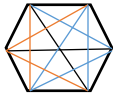
a) ystävyksiä on 4

kuvasta näkyy 6 kaveripyyntöä



b) ystävyksiä on 6

kaveripyynnöt = sivut+ lävistäjät = $6 + 9 = 15$



Jos diagonaalit ovat laskettu väärin, mutta huomattu, että lävistäjistä on kysymys, niin vain 1 p,

c) ystävyksiä on 12?

lävistäjien määrä $n(n-3)/2$

$12 + 12 \cdot 9 / 2 = 66$ tai laskettu kuvasta

Vastaus 1p + perustelut 1 p.

Vihje: Monikulmioiden hyödyntäminen on suositeltavaa erityisesti c-kohdassa.

2p. kohdasta (vastaus 1p + perustelu 1p)

6. a) Opettajan pöydällä on 9A-luokan kännykät. Kännyköistä kuusi päätyi pöydälle kuvaruutu ylöspäin ja 17 kuvaruutu alaspäin. Kerralla saa kääntää mitkä tahansa kaksi kännykkää.

Voidaanko kaikki kännykät tällä tavalla kääntää kuvaruutu ylöspäin? Perustele.

Vastaus: ei voi

Kuvaruutu alaspäin on 17 (pariton) määrä. 16 voidaan kääntää, 1 jää. Eikä aikaisemmin käännettyt kännykät enää auta.

vastaus 1p.

perustelu 2p. (avainsana *pariton*)

b) Luvut a ja b ovat parittomia. Onko seuraavan lausekkeen arvo pariton vai parillinen?
Perustele.

$$a^2 + 2015b - 1$$

Ratkaisu: a – pariton, niin a^2 on pariton, b – pariton, niin 2015 b on pariton,

saimme: pariton + pariton -1 = pariton

V: Pariton

vastaus 1p.

perustelu 2p.

Ratkaisu algebrallisesti arvioidaan samalla tavalla

7. Tasakylkisen kolmion kannan päätepisteet ovat (-3, -2) ja (9, -2). Kyljen pituus on 10 yksikköä.
Mitkä ovat huipun koordinaatit?

Ratkaisu:

ks. kuva

$$AB = 12, AE = 6, AC = 10$$

$$a = 6, c = 10$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$b = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$y = -2 \pm 8$$

Ilman kuva: $AB = 9 - (-3) = 12$

$$AB/2 = 6$$

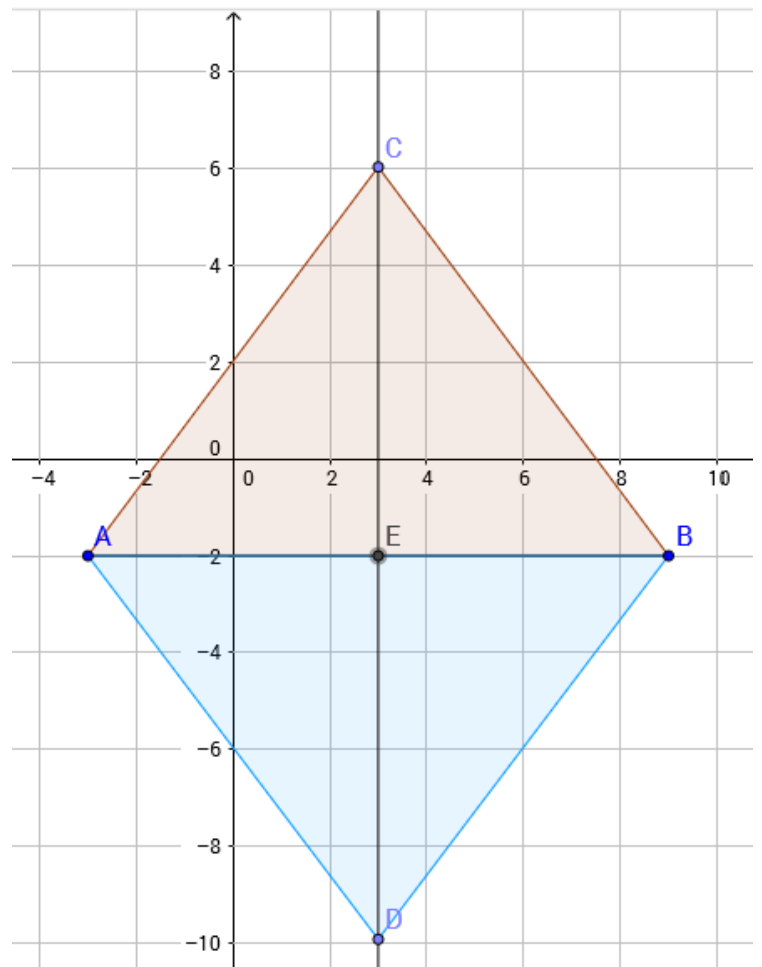
Pythagoraan kolmio

(3,4,5) tai (6, 8, 10)

Tästä korkeus on 8.

$$x\text{-koordinaatti: } -3 + 6 = 3$$

$$y\text{-koordinaatti: } -2 + 8 = 6$$



2.vaihtoehto $-2-8 = -10$

V: Kaksi ratkaisua

C = (3,6) ja D = (3, -10)

2.tapa: huiput määritetään piirtämällä (harpilla tai pelkästään viivoittimella)

Jos käytetty vain viivoitin, niin käykää harpin käyttö läpi uudestaan, saattaa olla, että se on tarpeellinen loppukilpailussa.

Osapisteet:

pisteet koordinaatistoon +1p. (tai laskettu kannan pituus ja sen puoli, jos ei ole kuva)

huipun x-koordinaatti oikein +1p. (laskettu tai merkitty kuvaan esim. janan keskinormaali)

laskettu kolmion korkeus oikein +2p. (perusteluna Pythagoraan lause tai kirvesmiehen kolmio)

huipun y-koordinaatti oikein +1p. (tai jos tehty oikein piirtämällä, niin+3 p. ilman laskuja)

huomattu toinen vaihtoehto ja ilmoitettu oikein 1p.

8. Ratkaise x, y, z.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{12} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Ratkaisu:

Merkitään: $a = \frac{1}{x}$, $b = \frac{1}{y}$, $c = \frac{1}{z}$. (ratkaisu ilman vastaava merkintä myös hyväksytään, se vain meidän mielestä näyttää työläämmältä ja mahdollisuus tehdä laskuvirhe on suurempi)
saadaan:

$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{2} \\ b + c = \frac{5}{12} \\ c + a = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Vähennetään 1. yhtälöstä 2. (eliminoidaan b)

$$\begin{cases} a - c = \frac{1}{12} \\ c + a = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Lasketaan yhteen: $2a = \frac{8}{12}$, $a = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $\Rightarrow x = 3$

$c = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, $\Rightarrow z = 4$

Sijoitetaan 1. yhtälöön, ratkaistaan $b = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, $\Rightarrow y = 6$

Vastaus: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \\ z = 4 \end{cases}$ (kirjoitustavasta ei ole väliä)

Osapisteytys voi tehdä esimerkiksi näin:

1. ratkaistu muuttuja 3p.
2. ratkaistu muuttuja 2p.
3. ratkaistu muuttuja 1p.

vain sijoitus oikein tai ensimmäinen eliminointi (ilman sijoitusta) 2p.

1. muuttuja ratkaistu väärin laskuvirheen vuoksi, mutta muuten ratkaistu oikealla tavalla max. 3p.