LUKION FYSIIKKAKILPAILU 5.11.2013

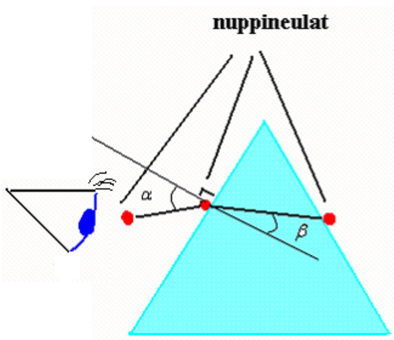
1. Määritä prisman taitekerroin. Selvitä tarkasti mitä mittaat ja miten saat mittaustuloksistasi prisman taitekertoimen. Pohdi myös virhelähteitä.

   Välineet: prisma, pahvia, paperia, nuppineuloja, geokolmio

Ratkaisu

Aseta paperi pahvilevyn päälle, jonka päälle asetat prisman pystyyn. Aseta prisman taakse ja eteen pystyyn nuppineulat, jotka ovat kiinni prismassa. Katso prisman läpi ja aseta kolmas nuppineula pystyyn siten, että kaikki kolme neulaa näyttävät olevan samassa linjassa. Mittaa geokolmiolla tulokulma α_1 ja vastaava taitekulma α_2.

Koejärjestely päältä katsottuna:



Eräässä mittauksessa saatiin oheiset mittaustulokset: tulokulma $\alpha_1 = 67^\circ$, taitekulma $\alpha_2 = 41^\circ$. Sijoitetaan taittumislakiin mittaustulokset jolloin taitekertoimeksi saadaan: $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = \frac{\sin 67^\circ}{\sin 41^\circ} \cdot 1,00 = 1,4.$

Mittaustarkkuutta voi parantaa suorittamalla useampi mittaus eri tulokulman arvoilla. Mikäli tulokulma on kovin pieni, on virhemahdollisuus suurempi.

Prisman voi kääntää myös kyljelleen siten, että katsotaan päätykolmioiden läpi. Tällöin voi esimerkiksi asettaa prisman taakse pystyyn kaksi nuppineulaa, joista toinen on kiinni prisman reunassa. Kolmas nuppineula asetetaan prisman etureunaan kiinni siten, että kaikki kolme neulaa näyttävät olevan samassa linjassa, kun katsotaan prisman läpi. Tällä tavalla saatiin: tulokulma $\alpha_1 = 40^\circ$, taitekulma $\alpha_2 = 25^\circ$. Sijoitetaan taittumislakiin mittaustulokset, jolloin taitekertoimeksi saadaan: $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = \frac{\sin 40^\circ}{\sin 25^\circ} \cdot 1,00 = 1,5.$

pisteitys:
- koejärjestelyn kuvaus (esim. piirros) 2p
- mittaus 1p
- tulos 1p
- useampi mittaus 1p (ei kuitenkaan vaadita graafista esitystä)
- virhepohdinta 1p

2. Rakennuksen seinien, katon ja lattian läpi siirtyy lämpöenergiaa johtumalla ja se on yleensä haitallista. Lämmitettävien rakennusten lämpövirta (lämpövuoto) pyritään saamaan mahdollisimman pieneksi sopivilla rakenteilla ja materiaalivalinnoilla.

…

a) Muodosta yhtälö lämpövirralle, kun seinämän pinta-ala, paksuus, materiaali sekä ulko- että sisäpuolen lämpötilat tunnetaan.
b) Varasto on kuutio, jonka särmän pituus on 5,0 m. Sen tiilistä muurattujen seinien paksuus on 20 cm ja betonista valettujen lattian ja katon paksuus on 10 cm. Ilman lämpötila varaston sisäpuolella on +5 °C ja ulkopuolella -20 °C. Lattian alla olevan maaperän lämpötila on 15 °C korkeampi kuin ulkoilman lämpötila. Kuinka suuri on kokonaislämpövirta varastosta? Käytä betonin ja tiilen lämmönjohtavuuksille taulukossa annettujen raja-arvojen keskiarvoja.
c) Kuinka monta kilogrammaa pitää vähintään polttaa kevyttä polttoöljyä vuorokaudessa, jotta varaston lämpötila säilyy +5 °C:ssa?
d) Millä tavoin voidaan olennaisesti pienentää varaston lämpövuotoa?

Ratkaisu

a) $\Phi = \lambda \dfrac{A\Delta T}{l}$

b) $\Phi_{\text{seinät}} = \lambda_{\text{tiili}} \dfrac{A\Delta T}{l} = 0,7 \dfrac{\text{W}}{\text{m°C}} \cdot \dfrac{4 \cdot 5,0 \cdot 5,0\,\text{m}^2 \cdot (5-(-20))\text{°C}}{0,20\,\text{m}} = 8750\,\text{W}$

$\Phi_{\text{katto}} = \lambda_{\text{betoni}} \dfrac{A\Delta T}{l} = 1,1 \dfrac{\text{W}}{\text{m°C}} \cdot \dfrac{5,0 \cdot 5,0\,\text{m}^2 \cdot (5-(-20))\text{°C}}{0,10\,\text{m}} = 6875\,\text{W}$

$\Phi_{\text{lattia}} = \lambda_{\text{betoni}} \dfrac{A\Delta T}{l} = 1,1 \dfrac{\text{W}}{\text{m°C}} \cdot \dfrac{5,0 \cdot 5,0\,\text{m}^2 \cdot (5-(-5))\text{°C}}{0,10\,\text{m}} = 2750\,\text{W}$

$\Phi_{\text{kokonais}} = 8750\ \text{W} + 6875\ \text{W} + 2750\ \text{W} = 15625\ \text{W} \approx 15,6\ \text{kW}$

c) Vuotanut lämpöenergia/vrk $Q = 24 \cdot 3600\ \text{s} \cdot 15625\ \text{W} = 1350\ \text{MJ}$

Polttoöljyn lämpöarvo on $43 \dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}$ ja sitä kuluu $\dfrac{1350\ \text{MJ}}{43 \dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}} = 31,4\ \text{kg} \approx 31\ \text{kg}$

d) Seinämät rakennetaan kaksikerroksisiksi ja kerrosten välit täytetään ilmavalla eristysvillalla. Vuoto pienenee, sillä ilman lämmönjohtavuus $\lambda_{\text{ilma}} = 0,026\ \dfrac{\text{W}}{\text{m°C}}$. Öljyä kuluisi arviolta n. 1 kg!

pisteitys:
a) 2p (*ΔT*:n ja *A*:n sijoittelu ½p, *l*:n sijoittelu ½p, lambdan sijoittelu 1p)
b) 2p (4x½p)
c) 1p
d) 1p

3. a) Mikä on maapallon pinnalla päiväntasaajalla olevan kappaleen ratanopeus maapallon pyöriessä akselinsa ympäri?
   b) Kuinka monta prosenttia tavallisen henkilövaa’an lukema eroaa päiväntasaajalla siitä, mitä vaaka näyttäisi, jos maapallo ei pyörisi akselinsa ympäri?
   c) Mikä pitäisi maapallon pyörähdysajan olla, jotta päiväntasaajalla oleva kappale olisi painoton? Oletetaan, että maapallon muoto ja mitat olisivat samat kuin nykyään, vaikka pyörimisnopeus olisikin erilainen.
   d) Miten maapallon muoto eroaisi nykyisestä, jos pyörimisnopeus olisi nykyistä suurempi?

Ratkaisu

a) $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 6\,378\,140\ \mathrm{m}}{23 \cdot 3600\ \mathrm{s} + 56 \cdot 60\ \mathrm{s} + 4{,}1\ \mathrm{s}} \approx 465{,}101\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx \underline{\underline{465\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$

b) Vaaka mittaa henkilön siihen kohdistamaa voimaa, joka on yhtä suuri kuin vaa’an henkilöön kohdistama voima. Ympyräradalla olevan henkilön liikeyhtälö on Newtonin II lain mukaan $\bar{F}_\gamma + \bar{N} = m\bar{a}_n$, missä F_γ on Maan vetovoima ja N vaa’an tukivoima. Skalaarimuodossa saadaan $F_\gamma - N = ma_n$, josta voidaan ratkaista vaa’an tukivoima $N = F_\gamma - ma_n$. Vaaka näyttää siis ma_n :n verran vähemmän maapallon pyörimisen takia.

Eli prosentteina vaaka näyttää

$\frac{ma_n}{F_\gamma} = \frac{m\frac{v^2}{R}}{\gamma\frac{mM}{R^2}} = \frac{v^2 R}{\gamma M} = \frac{4\pi^2 R^3}{\gamma M T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (6\,378\,140\ \mathrm{m})^3}{6{,}67428 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}\ \cdot (23 \cdot 3600\ \mathrm{s} + 56 \cdot 60\ \mathrm{s} + 4{,}1\ \mathrm{s})^2} \approx 0{,}003\,462 \approx$ $\underline{\underline{0{,}35\ \%}}$ vähemmän.

c) Kun kappale on painoton, emme havaitse Maan siihen kohdistamaa vetovoimaa, koska pinnan tukivoima on nolla ja koska ylösnostettu ja irtipäästetty kappale jää leijailemaan eikä putoa Maata kohti. Tällöin ympyräliike on niin nopeaa, että koko vetovoima tarvitaan ympyräradalla pysymiseen. Newtonin II laista saadaan kappaleen liikeyhtälöksi: $F_\gamma = ma_n \rightarrow \gamma\frac{nM}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$. Sijoitetaan tähän $v = \frac{2\pi R}{T}$, jolloin saadaan $\gamma\frac{mM}{R^2} = m\frac{4\pi^2 R^2}{RT^2}$, josta saadaan sievennettyä ja ratkaistua $T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{\gamma M}}$.
Pyörähdysajaksi saadaan $T = 2\pi\sqrt{\frac{(6\,378\,140\ \mathrm{m})^3}{6{,}67428 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 5{,}972 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}} \approx 5\,069{,}426\ \mathrm{s} \approx \underline{\underline{84\ \mathrm{min}}}$. (Huomaa, että tämä on sama aika kuin mikä menee Maata kiertävältä kappaleelta yhteen kierrokseen, kun rata hipoo Maan pintaa.)

d) Maapallo olisi nykyistä enemmän litistynyt navoilta ja pullistunut päiväntasaajalta. Päiväntasaajan halkaisija olisi siis suurempi ja napahalkaisija pienempi.

pisteitys:
a) 1p
b) 2p (periaate 1p, lasku 1p; yhtälöt voimakuvion kera riittävät, ei vaadita sanallista selitystä)
c) 2p (periaate 1p, lasku 1p; yhtälöt voimakuvion kera riittävät, ei vaadita sanallista selitystä)
d) 1p

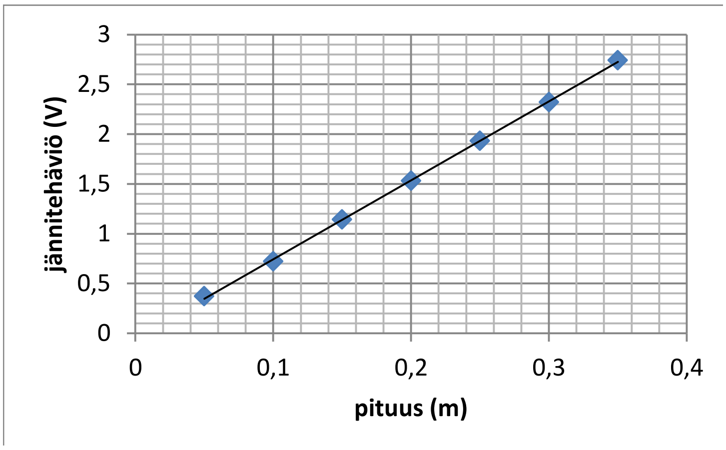
4. Fysiikan tunnilla annettiin tehtäväksi määrittää muovailuvahan resistiivisyys. Käytettävissä oli kotitekoisen muovailuvahan lisäksi johtimia, paristo, jännitemittari ja virtamittari. Opiskelija leipoi muovailuvahasta tasapaksun pötkön, jonka poikkileikkaus oli ympyrä halkaisijaltaan 1,9 cm. Sitten hän työnsi muovailuvahapötkön päihin johtimet ja kytki pötkön sarjaan pariston ja virtamittarin kanssa, jolloin mittari näytti sähkövirraksi virtapiirissä 12,1 mA. Tämän jälkeen opiskelija mittasi, kuinka suuri jännitehäviö tapahtuu eripituisilla pätkillä muovailuvahapötköä. Nämä mittaustulokset ovat oheisessa taulukossa.

l (cm)	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
U (V)	0,37	0,72	1,14	1,53	1,93	2,32	2,74

Piirrä kytkentäkaavio opiskelijan käyttämästä kytkennästä sekä selvitä sopivaa graafista esitystä käyttäen muovailuvahan resistiivisyys.

Ratkaisu

Muovailuvahapötkön resistanssi voidaan laskea yhtälöstä $R = \rho\frac{l}{A}$, missä ρ on resistiivisyys, l pötkön pituus ja A pötkön poikkipinta-ala. Resistanssi saadaan jännitteen ja sähkövirran avulla resistanssin määrittelylain mukaisesti $R = \frac{U}{I}$. Kun yhtälöt yhdistetään, saadaan jännitehäviöksi pituuden funktiona $U = \frac{\rho I}{A}l$. Kuvaajan l, U –koordinaatistossa pitäisi siis olla (origon kautta kulkeva) suora, jonka kulmakertoimesta saadaan resistiivisyys $\rho = kk \cdot \frac{A}{I}$.



$I = 12{,}1\ \text{mA}$ ja halkaisija $d = 0{,}019\ \text{m}$, josta pinta-ala $A = \pi \cdot (0{,}0095\ \text{m})^2$

Kuvaajan yhtälöksi saadaan $U = 7{,}9286\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot l - 0{,}0500\ \text{V}$. Kulmakertoimesta saadaan resistiivisyydeksi

$\rho = 7{,}9286\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}0095\ \text{m})^2}{0{,}0121\ \text{A}} \approx\ 0{,}18578\ \Omega\text{m}\ \approx \underline{\underline{0{,}19\ \Omega\text{m}}}$

pisteitys: kytkentäkaavio (pötköä voi kuvata vaikka vastuksella) 1p
periaate eli yhtälöiden pyörittely sopivan graafisen esityksen perusteluksi 2p
sopiva graafinen esitys ja kuvaajan yhtälö (laskimella tehtynä periaatekuva ja yhtälö) 2p
loput laskut resistiivisyydelle 1p