



## LUKION FYSIIKKAKILPAILU 5.11.2013

1. Linnanmäen huvipuistossa on Raketti-niminen laite (kuva), joka sinkoaa raketin lailla kyydissä istuvat 60 metrin korkeuteen. Ylimmästä asemasta laite pudottaa matkustajat alas ”pomppujen” kera eli laite tulee jonkin matkaa alaspäin painovoiman avulla, mutta sitten se nousee jälleen vähän matkaa ylöspäin kaasun avulla. ”Pomppuja” tulee useita eli edellä kuvailtu pudotus-nousu toistuu laitteessa muutamaan otteeseen.



Kuva: <http://www.linnanmaki.fi/index.php/laitteet/raketti/>

Fysiikan työkurssin opiskelija testasi laitetta ja mittasi kiihtyvyyden sen kyydissä. Alla on esitetty kuvaaja mittauksesta, jossa kiihtyvyyssanturia pidettiin niin päin, että positiivinen suunta oli ylöspäin.

- Laitteen valmistaja lupaa raketin kiihtyvyydeksi 4g:tä. Kuinka monta g:tä huippukiihtyvyys todellisuudessa on? Kuinka suuri istuimen tukivoima on verrattuna matkustajan painoon ajanhetkellä, jolloin kiihtyvyys on suurimmillaan?
- Mikä oli huipunopeus ensimmäisessä nousussa?
- Perustelee millä ajanhetkellä laite on korkeimmalla kohdalla.

### Ratkaisu

- a) Huippukiihtyvyys luetaan kuvaajalta, n. 0,3 sekunnin kohdalla kiihtyvyys on  $a = 22,1 \text{ m/s}^2$  joka

$$\text{on } \frac{22,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 2,3 \text{ -kertainen putoamiskiihtyvyyteen nähden eli } a_{\text{max}} \approx 2,3g.$$

Newtonin II lain mukaan kokonaisvoima antaa kappaleelle kiihtyvyyden niin, että  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ .

Matkustajaan vaikuttavat voimat ovat paino alaspäin ja istuimen tukivoima ylöspäin. Näiden erotus antaa matkustajalle kiihtyvyyden:  $N - G = ma \Rightarrow N - mg = m \cdot 2,3g$

$$\Rightarrow N = mg + m \cdot 2,3g = 3,3 mg = 3,3 G.$$

pisteitys: 1 p kiihtyvyyden oikeasta suuruusluokasta ja 1 p tukivoiman suuruudesta

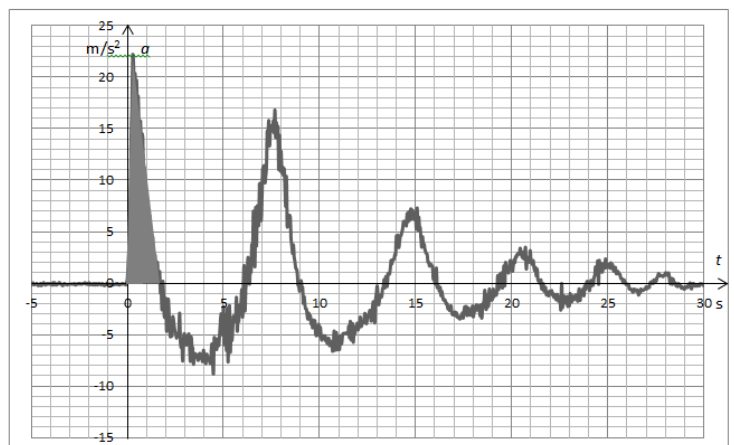
- b) Huipunopeus ensimmäisessä nousussa saadaan graafisella integroinnilla:

Nopeus kasvaa nolosta huippuarvoonsa 1,6 sekunnissa. Huippukiihtyvyys oli  $22,1 \text{ m/s}^2$ .

Ajateltaan pinta-ala kolmiona:

$$v_{\text{max}} = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \text{ s} \cdot 22,1 \text{ m/s}^2 \approx 18 \text{ m/s} = 64 \text{ km/h}$$

pisteitys: 1 p graafinen integrointi  
1 p lasku, jonka tulos oikeaa suuruusluokkaa



c) Kiihtyvyyden kuvaajasta voidaan lukea seuraavia seikkoja:

- Ensin kiihtyvyyden ollessa positiivinen nopeus kasvaa.
- Sitten kiihtyvyyden ollessa negatiivinen laite hidastaa ja päädytään ylimpään asentoon.
- Korkeimmalla kohdalla ollaan, kun b-kohdassa saavutettu huippunopeus on pienentynyt saman verran negatiivisen kiihtyvyyden vuoksi.

Korkeimmalla kohdalla käyrän ja aika-akselin väliin jäävä pinta-ala on aika-akselin ylä- ja alapuolella sama: Ajatellaan aika-akselin alapuolelle jäävä pinta-ala puolisuunnikkaana, jonka yhdensuuntaiset sivut ovat  $a_1 = 4,5 \text{ m/s}^2$  ja  $a_2 = 8,0 \text{ m/s}^2$ . Päätellään aikavälin pituus siitä, että pinta-ala on oltava yhtä suuri kuin  $v_{\text{max}}$ . Saadaan

$$v_{\text{max}} = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2v_{\text{max}}}{a_1 + a_2} = \frac{2 \cdot 17,7 \text{ m/s}}{4,5 \text{ m/s}^2 + 8,0 \text{ m/s}^2} \approx 2,8 \text{ s}$$

Eli n. ajanhetkellä  $1,6 \text{ s} + 2,8 \text{ s} = 4,4 \text{ sekuntia}$ .

pisteitys: 1 p perustelu (alat aika-akselin molemmin puolin samat) ja 1 p järkevä tulos

2. Kylpytynnyriin lasketaan 1800 litraa vettä, jonka lämpötila on  $8 \text{ }^\circ\text{C}$ . Vesi on tarkoitus lämmittää lämpötilaan  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  kierrättämällä vettä laitteessa, joka kuumentaa veden öljypolttimella.

- Kuinka monta litraa kevyttä polttoöljyä vähintään tarvitaan veden lämmittämiseen? Polttoöljyn tiheys on  $0,9 \text{ kg/l}$ . (4 p)
- Miksi polttoöljyn kulutus on todellisuudessa suurempi? (2 p)

### Ratkaisu

a) Tilanteessa polttoöljyn polttamisesta saatu lämpö lämmittää veden.

Polttoöljy luovuttaa energiaa palaessaan:

$$H_{\text{pö}} = 43 \text{ MJ/kg}$$

$$Q_1 = H_{\text{pö}} m_{\text{pö}}$$

Vesi vastaanottaa energiaa lämmitessään  $8 \text{ }^\circ\text{C}$ :sta  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ :een,

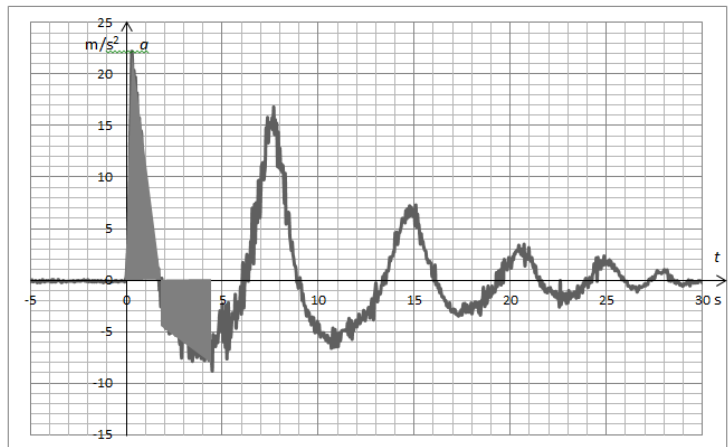
$$V_{\text{vesi}} = 1800 \text{ l} = 1,8 \text{ m}^3, \rho_{\text{vesi}} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3, c = 4,19 \text{ kJ/(kg}^\circ\text{C)}, \Delta t = 30 \text{ }^\circ\text{C} - 8 \text{ }^\circ\text{C} = 22 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = c m_{\text{vesi}} \Delta t = c \rho_{\text{vesi}} V_{\text{vesi}} \Delta t$$

Oletetaan lämpöhäviöt pieniksi ja merkitään luovutettu lämpömäärä yhtä suureksi vastaanotetun lämpömäärän kanssa ja ratkaistaan tarvittavan polttoöljyn massa:

$$Q_1 = Q_2 \text{ eli } H_{\text{pö}} m_{\text{pö}} = c \rho_{\text{vesi}} V_{\text{vesi}} \Delta t$$

$$m_{\text{pö}} = \frac{c \rho_{\text{vesi}} V_{\text{vesi}} \Delta t}{H_{\text{pö}}} = \frac{4,19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 1,8 \text{ m}^3 \cdot 22 \text{ }^\circ\text{C}}{43 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 3,859 \text{ kg} \approx 3,9 \text{ kg}$$



Eli polttoöljyä tarvitaan  $\frac{3,859 \text{ kg}}{0,9 \text{ kg/l}} \approx 4,3$  litraa.

pisteitys: 1 p  $Q_1 = H_{\text{pö}} m_{\text{pö}}$  ja 1 p  $Q_2 = cm_{\text{vesi}} \Delta t$   
1 p oikea massa ja 1 p oikea tilavuus

b) Kulutus on todellisuudessa suurempi, sillä kaikkea energiaa ei saada siirrettyä siihen tarkoitukseen kuin halutaan. Lämmityslaitteen hyötysuhde ei ole 100 %, koska laite lämmittää myös ympäristöään, ei pelkästään vettä. Lämpöä voi myös mennä hukkaan veden kierrätyksessä (siirrossa altaasta laitteeseen ja takaisin). Lisäksi lämpöä karkaa kylpytynnyristä, kun veden lämpötila nousee ympäristöään korkeammaksi. Tätä hävikkiä voi pienentää eristämällä tynnyrin pohjan ja laidat sekä peittämällä avoimen nestepinnan eli laittamalla kylpytynnyriin kannen.

pisteitys: 1 p per järkevä ja oleellinen selitys (max 2 p)

3. Polkupyöräilyssä keskeisimmät vastusvoimat ovat vierintävästus ja ilmanvastus. Jos pyöräilijä liikkuu tasaisella (mäettömällä) tiellä ja tuulettomalla ilmalla, voidaan käyttää seuraavia lausekkeita:

$$\text{Vierintävästus} \quad F_v = C_v mg$$

$$\text{Ilmanvastus} \quad F_i = \frac{1}{2} C_i \delta A v^2$$

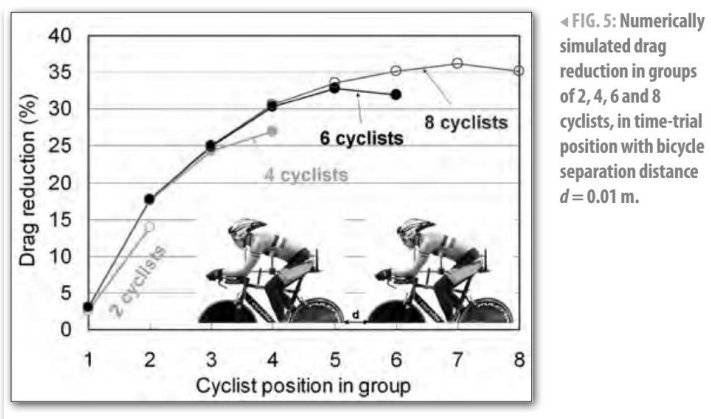
Vierintävästuserroin  $C_v$  on tavallisesti noin 0,005.

Ilmanvastuksen muotokerroin  $C_i$  on tangon alaoteella noin 0,9.

Pyörän ja pyöräilijän kokonaispinta-alana voidaan pitää  $0,4 \text{ m}^2$ .

Ilman tiheyttä merkitään tunnuksella  $\delta$ .

- a) Kuinka monta prosenttia vastusvoimista on ilmanvastuksen osuus, kun pyörä ajaa nopeudella 47 km/h? Pyörän ja pyöräilijän kokonaismassa on 88 kg. (2p)
- b) Katso oheisia kuvaajia. Pysty akseli on ilmanvastuksen suhteellinen väheneminen ja vaaka akseli pyöräilijän paikka ryhmässä. Tarkastellaan neljän pyöräilijän ryhmää, joka ajaa kilpailussa nopeudella 47 km/h. Kuinka paljon pienempi voi enintään olla viimeisenä ajavan pyöräilijän tehonkulutus verrattuna siihen, että hän ajaa yksin? (4p)



**Ratkaisu**

a) Vierintävastus on  $F_v = C_v mg = 0,005 \cdot 88 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 4,32 \text{ N} \approx 4,3 \text{ N}$  0,5 p

Ilmanvastus on  $F_i = \frac{1}{2} C_i \delta A v^2 = \frac{1}{2} 0,9 \cdot 1,29 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,4 \text{ m}^2 \cdot \left(\frac{47 \text{ m/s}}{3,6}\right)^2 = 39,6 \text{ N} \approx 40 \text{ N}$  0,5 p

Ilmanvastuksen osuus kaikista vastusvoimista on

$$\frac{F_i}{F_i + F_v} = \frac{39,6 \text{ N}}{39,6 \text{ N} + 4,32 \text{ N}} = 0,901 \approx 90\% \quad 1 \text{ p}$$

b) Vierintävastuksen aiheuttama tehonkulutus on

$$P_v = F_v v = C_v mgv = 0,005 \cdot 88 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \left(\frac{47 \text{ m/s}}{3,6}\right) = 56,4 \text{ W} \approx 56 \text{ W} \quad 1 \text{ p}$$

Ilmanvastuksen aiheuttama tehonkulutus on yksin ajettaessa

$$P_i = F_i v = \frac{1}{2} C_i \delta A v^3 = \frac{1}{2} 0,9 \cdot 1,29 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,4 \text{ m}^2 \cdot \left(\frac{47 \text{ m/s}}{3,6}\right)^3 = 517 \text{ W} \approx 520 \text{ W} \quad 1 \text{ p}$$

Yksin ajettaessa tehonkulutus on  $P_y = 56,4 \text{ W} + 517 \text{ W} = 573 \text{ W}$

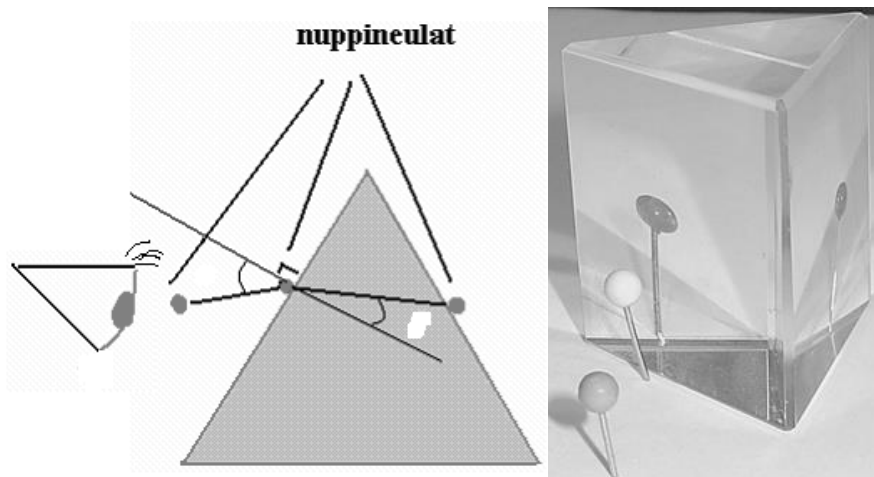
Neljän pyöräilijän ryhmässä ajettaessa viimeisen pyöräilijän ilmanvastus pienenee jopa 27 %, minkä takia häneen kohdistuva ilmanvastus on  $0,73 \cdot 39,6 \text{ N} = 28,9 \text{ N}$ . 0,5 p

Viimeisen pyöräilijän tehonkulutus on  $P_r = 56,4 \text{ W} + 28,9 \text{ N} \cdot \left(\frac{47 \text{ m/s}}{3,6}\right) = 56,4 \text{ W} + 377 \text{ W} = 434 \text{ W}$  1 p

Ryhmässä ajavan tehonkulutus verrattuna yksinajoon on  $\frac{P_r}{P_y} = \frac{434 \text{ W}}{573 \text{ W}} = 0,757 \approx 76\%$

Kokonaistehonkulutus pienenee 24 %:lla yksinajoon verrattuna. 0,5 p

4. Oppitunnilla määritettiin prisman taitekerroin asettamalla kolme nuppineulaa siten, että ne näyttävät olevan samalla linjalla katsottaessa niitä prisman läpi (kuvat).



Tulokulma ja vastaava taitekulma mitattiin astelevyllä, jolloin saatiin oheiset tulokset.

|            |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|
| Tulokulma  | 15 | 20 | 25 | 30 | 60 |
| Taitekulma | 11 | 14 | 17 | 20 | 36 |

Selvitä sopivaa graafista esitystä käyttäen mittaustuloksista prisman taitekerroin.

### Ratkaisu

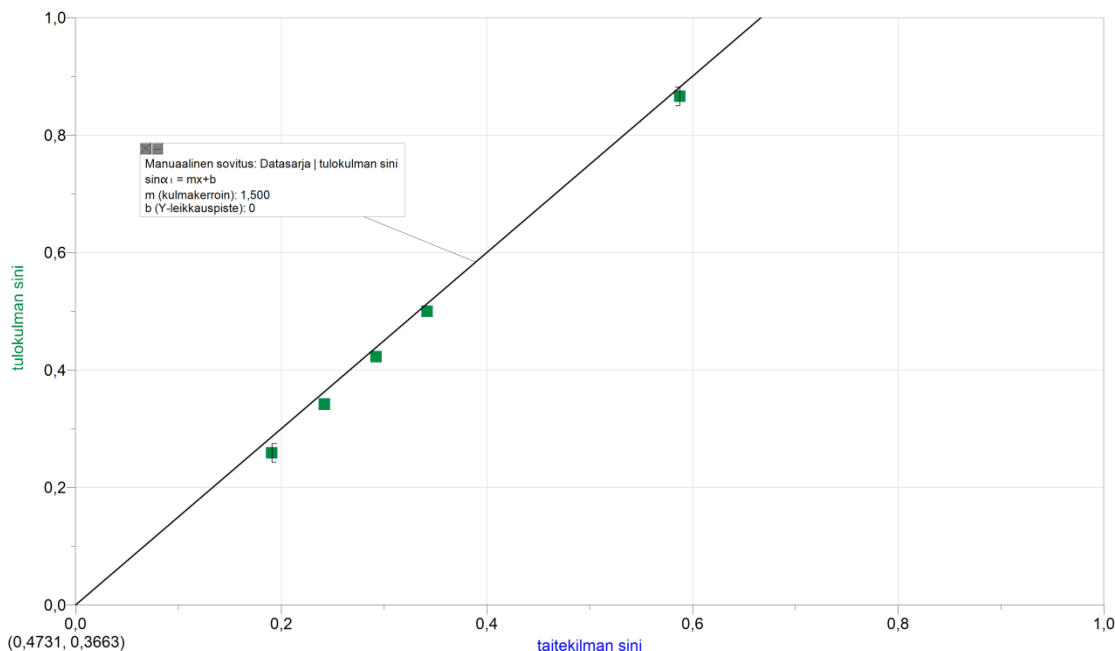
Taantumislaki:  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ , jossa  $\alpha_1$  on tulokulma,  $\alpha_2$  on taitekulma,  $n_1$  on aineen taitekerroin, josta

valo tulee, tässä tapauksessa ilma ja  $n_2$  on aineen taitekerroin, johon valo menee, tässä tapauksessa prisma.

Suoritetaan laskutoimitukset, jolloin saadaan:

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| $\sin \alpha_1$ | $\sin \alpha_2$ |
| 0,1909          | 0,2588          |
| 0,2420          | 0,3420          |
| 0,2924          | 0,4226          |
| 0,3420          | 0,5000          |
| 0,5878          | 0,8660          |

Piirretään kuvaaja ( $\sin \alpha_1$ ,  $\sin \alpha_2$ )-koordinaatistoon ja sovitetaan havaintopisteisiin origon kautta kulkeva suora. Verrannollisuuskerroin, suoran fysikaalinen kulmakerroin, on rajapinnan ilma-muovi taitesuhde.



$$n = \frac{\Delta(\sin \alpha_1)}{\Delta(\sin \alpha_2)} = \frac{0,60}{0,40} = 1,5. \text{ Koska ilman taitekerroin on } 1,00, \text{ on prisman taitekertoimen arvo } 1,5.$$

pisteitys: 1 p taantumislaki, 1 p laskettu  $\sin \alpha_1$  ja  $\sin \alpha_2$  arvoja, 2 p kuvaaja (akselit oikein päin), 1p ymmärretty, että fysikaalinen kulmakerroin on taitesuhde, 1 p lopputulos