Peruskoulun matematiikkakilpailu
Loppukilpailu perjantaina 29.1.2010

OSA 1 **Ratkaisuaika 30 min** **Pistemäärä 20**

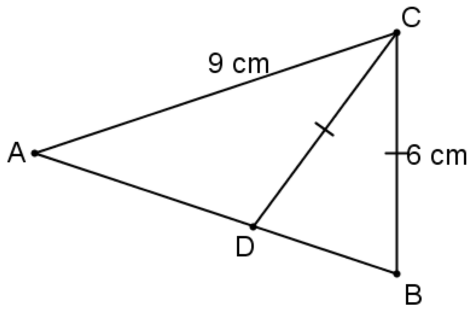
Tässä osassa ei käytetä laskinta.
Selitä päätelmäsi lyhyesti tai perustele ratkaisusi laskulausekkeella, kuviolla tms.

1. Mikä on suurin kokonaisluku, joka toteuttaa seuraavat ehdot?
   Se on suurempi kuin 100.
   Se on pienempi kuin 200.
   Kun se pyöristetään satojen tarkkuuteen,
   se on 20 suurempi kuin jos se pyöristetään kymmenten tarkkuuteen.

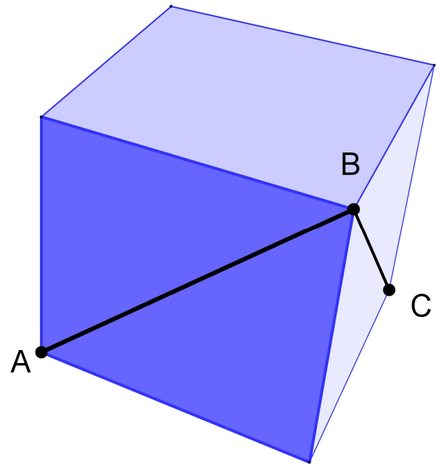
2. Korvaa kirjaimet luvuilla niin,
   että eri kirjaimet vastaavat eri lukuja.

$$\begin{array}{r} \text{SIMA} \\ +\ \text{SIKA} \\ \hline \text{MAKSA} \end{array}$$

3. Kolmiot *ABC* ja *DBC* ovat tasakylkisiä.
   Kuinka pitkä on sivu *BD*?



4. Kuinka suuri on kuutioon piirretty kulma *ABC*?

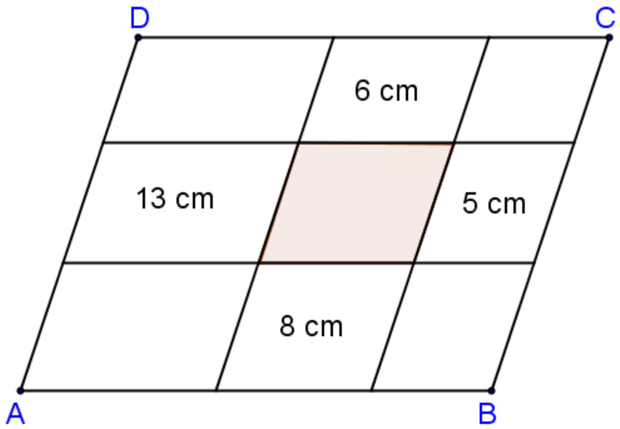


5. Mikä numero on ykkösten paikalla luvun 2^{2010} kymmenjärjestelmäesityksessä?

6. Onko mahdollista, että positiivisen luvun neliö on yhtä suuri kuin kaksi kertaa saman luvun kuutio? Anna esimerkki, jos on mahdollista, tai perustele, miksi ei ole mahdollista.

7. Mikä on pienin arvo, jonka neljän kokonaisluvun tulo voi saada, kun luvut ovat peräkkäisiä kahden välein?

8. Suunnikas *ABCD* on jaettu yhdeksäksi pienemmäksi suunnikkaaksi. Suunnikkaan *ABCD* piiri on 25 cm ja neljän pienen suunnikkaan piiri on merkitty kuvaan. Kuinka pitkä on keskimmäisen tummennetun suunnikkaan piiri?



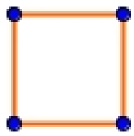
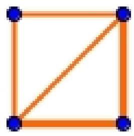
9. Vuosiluvuista 2009 ja 2010 saadaan pienillä muutoksilla luvut 200^9 ja 20^{10}. Kumpi luvuista on suurempi ja kuinka moninkertainen pienempään verrattuna?

10. Onko mahdollista piirtää tasoon yhdeksän janaa niin, että jokainen leikkaa tasan kolme janaa?

Peruskoulun matematiikkakilpailu
Loppukilpailu perjantaina 29.1.2010

OSA 2 **Ratkaisuaika 45 min** **Pistemäärä 20**

Tässä osassa käytetään 11·11–piikkistä geolautaa, ellei muuta mainita, sekä ruutupaperia. *Kuviot voi piirtää myös erilliselle pistepaperille.*

1. Geolaudalle muodostettavista neliöistä pienin on se, jossa on 2 · 2 piikkiä. Sen voi jakaa janaksi viritetyllä kumilenkillä kahteen yhtenevään osaan vain yhdellä tavalla, kun kumilenkki ei mene neliön ulkopuolelle. Kiertämällä tai kääntämällä saadut ratkaisut eivät ole erilaisia.

   Kuinka monella eri tavalla voit vastaavasti jakaa kahteen yhtenevään osaan neliön, jonka sivut ovat geolaudan sivujen suuntaiset ja jossa on

   a) 4 · 4 piikkiä

   b) 5 · 5 piikkiä

   c) $n \cdot n$ piikkiä

   d) $m \cdot n$ piikkiä ($m \neq n$)?

   Piirrä ratkaisusi tai selitä perustelusi. (*7 pistettä*)

2. Muodosta geolaudalle neliö, jonka sivut ovat geolaudan sivujen suuntaiset. Jaa se kahteen yhtenevään osaan murtoviivaksi viritetyllä kumilenkillä, joka ei mene neliön ulkopuolelle. Kuinka monen piikin yli kuminauha viritetään, että osilla on mahdollisimman monta kärkeä, kun neliössä on

   a) 4 · 4 piikkiä

   b) 5 · 5 piikkiä?

   Piirrä ratkaisusi. (*4 pistettä*)

3. Muodosta 11·11–piikkiselle geolaudalle pinta-alaltaan mahdollisimman suuri kupera monikulmio. Jaa monikulmio janaksi viritetyllä kumilenkillä kahteen osaan niin, ettei kumilenkki mene monikulmion ulkopuolelle. Jaa osista toinen edelleen samoin kahteen osaan.

   Kuinka monta kärkeä yhteensä muodostuneilla kolmella monikulmiolla voi olla, kun alkuperäinen kuvio on

   a) nelikulmio

   b) viisikulmio?

   Piirrä ratkaisusi.

   Kuinka monta kärkeä yhteensä muodostuneilla kolmella monikulmiolla voi **enintään** olla, kun alkuperäinen kuvio on

   c) seitsenkulmio

   d) *n*-kulmio?

   Piirrä ratkaisusi tai selitä perustelusi. (*7 pistettä*)

4. Muodosta 11·11–piikkiselle geolaudalle kupera monikulmio, jossa on mahdollisimman monta kärkeä. Piirrä ratkaisusi ja ilmoita monikulmion pinta-ala yksikkönä mahdollisimman pieni geolaudalle piirrettävä neliö. (*2 pistettä*)

Peruskoulun matematiikkakilpailu
Loppukilpailu perjantaina 29.1.2010

OSA 3 **Ratkaisuaika 60 min** **Pistemäärä 30**

Perustele ratkaisusi ja selitä päätelmäsi.

1. Määritä kaikki positiiviset kokonaisluvut *n*, joille $z = \dfrac{198}{4n+3}$ on myös positiivinen kokonaisluku.

2. $\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right) \quad \ldots \quad \left(1-\dfrac{1}{2010^2}\right) = \dfrac{x}{2 \cdot 2010}$
   Mikä luku on *x*?

3. Säännöllisestä tetraedrista (nelitahokkaasta) leikataan särmien keskipisteiden kautta kulkevilla tasoilla pois neljä pientä tetraedria, yksi kunkin kärjen puolelta.
   a) Kuinka monta särmää on jäljelle jääneessä keskiosassa?
   b) Kuinka monta tahkoa on jäljelle jääneessä osassa?
   c) Kuinka suuri on sen tilavuus alkuperäiseen tetraedriin verrattuna?

4. *Pelasta maailma* -tietokonepelissä maailmaa kuvaillaan kolmiulotteisessa koordinaatistossa, jonka origona on planeetan pinnalla oleva havaitsija. Koordinaatiston *x*-akseli osoittaa pohjoiseen, *y*-akseli länteen ja *z*-akseli kohtisuoraan ylös. Alkutilanteessa vieras avaruuslaiva pudottaa myrkkyräjähteen kohdassa, jonka koordinaatit ovat *x* = 15 000 m, *y* = 20 000 m, *z* = 10 000 m. Räjähteen paikan koordinaatit ajan funktioina ovat
   $x = 15\,000 - 200t$
   $y = 20\,000 + 200t$
   $z = 10\,000 - 100t,$
   missä *t* on aika sekunteina ja koordinaatit ovat metreinä.
   a) Paljonko aikaa pelaajalla on ennen kuin räjähde osuu planeetan pintaan?
   b) Mihin ilmansuuntaan räjähde liikkuu?
   c) Kuinka kaukana havaitsijasta räjähde osuu planeetan pintaan?

5. Swahilia käytetään yleiskielenä Itä-Afrikassa, jossa sitä puhuu toisena kielenään noin 50 miljoonaa ihmistä. Äidinkielisiä swahilin puhujia on noin viisi miljoonaa.
   Swahilin kielen sanojen **mtu, mbuzi, mgeni, jito, jitu** ja **kibuzi** vastineet ovat **jättiläinen, kili** (pieni vuohi), **vieras, vuohi, ihminen** ja **iso joki,** vaikka eivät samassa järjestyksessä. Päättele, mikä on kunkin swahilin kielen sanan oikea vastine.