

Peruskoulun matematiikkakilpailu

Loppukilpailu perjantaina 3.2.2012



OSA 1 Ratkaisuaika 30 min Pistemäärä 20

Tässä osassa ei käytetä laskinta.

Kaikkiin tehtäviin laskuja, kuvia tai muita perusteluja näkyviin.

Tehtävistä 1-4 saa 2p ja tehtävistä 5-8 saa 3p.

1. Merkintä $n!$ tarkoittaa tuloa $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$.

Kuinka monta nollaa on luvun $20!$ lopussa?

2. Kutakin kirjainta vastaa eri numero.

$$\begin{array}{cccccccc} P & \cdot & I & \cdot & K & \cdot & K & \cdot & U & \cdot & V & \cdot & E & \cdot & L & \cdot & I \\ \hline K & \cdot & A & \cdot & S & \cdot & S & \cdot & T & \cdot & N & \cdot & E & \cdot & N \end{array}$$

Mikä on lausekkeen arvo?

3. Kuinka monta kuperaa kulmaa voi enintään olla n -kulmiossa?

4. Varastossa on 24, 23, 17 ja 16 kg:n säkkejä.

Miten voidaan toimittaa täsmälleen 100 kg:n tilaus avaamatta yhtään säkkiä?

5. Piirrä sellainen kuusikulmio, jota ei voi jakaa yhdellä janalla kahdeksi nelikulmioksi.

6. Sijoita numerot 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 ruutuihin niin, että saat suurimman murtoluvun. Sijoita numerot uudelleen, että saat pienimmän murtoluvun.

$$\frac{\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}}{\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} + \boxed{}}$$

Laske niiden erotus.

7. Merkitään summaa $1+11+101+1001+10001+\dots+\underbrace{1000\dots0001}_{50 \text{ nollaa}}$ kirjaimella M. Laske luvun M numeroiden summa.

8. Ympyrän sisään piirretään mahdollisimman suuri neliö ja tämän sisään taas mahdollisimman suuri ympyrä. Kuinka suuren osan pienempi ympyrä peittää isommasta?

Peruskoulun matematiikkakilpailu

Loppukilpailu perjantaina 3.2.2012

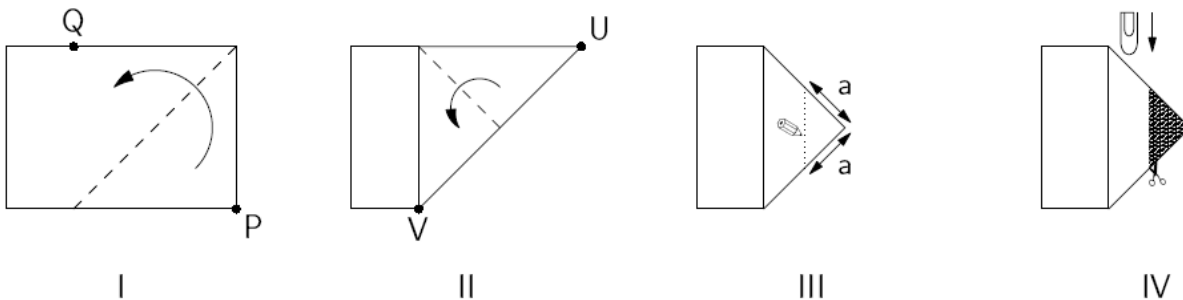


OSA 2 Ratkaisuaika 45 min Pistemäärä 20

Taitellaan paperiarkkia siten, että siitä voidaan yhdellä suoralla leikkauksella erottaa haluttu kuvio. Tätä kutsutaan taittelu ja leikkaus -menetelmäksi. Jokaisen taitosvaiheen jälkeen paperin täytyy olla yhdessä tasossa litteäksi taitettuna. Kuvion täytyy näyttää vaaditulta, mutta taittamisesta ja leikkaamisesta syntyvät pienet epätarkkuudet sallitaan.

Ratkaisuna jätä sekä leikattu kuvio että leikkaamisen jälkeen jäljelle jäävä osa arkista taiteltuna sillä tavalla kuin se oli sitä leikatessasi. Varmista yhdellä tai useammalla paperiliittimellä, että jäljelle jäävän osan taitokset eivät aukea. Laita sekä leikattu kuvio että jäljelle jäävä osa erilliseen kirjekuoreen ja kirjoita kirjekuoreen oma nimesi sekä tehtävän numero.

1. Halutun kokoinen neliö voidaan valmistaa taittelu ja leikkaus -menetelmällä A4-paperista seuraavasti:

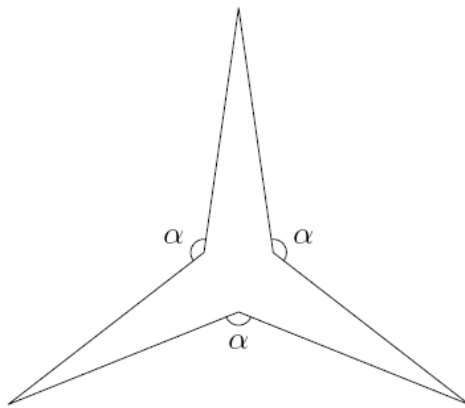


- I Piste P käännetään pisteen Q päälle, jolloin katkoviivan kohdalle muodostuu taitos.
- II Piste U käännetään pisteen V päälle, jolloin katkoviivan kohdalle muodostuu taitos.
- III Syntyneen suoran kulman molemmille kyljille tehdään merkintä yhtä kauas (etäisyydelle a) kulman kärjestä viivoittimen tai harpin avulla. Piirretään jana, jonka päätepisteet ovat merkityt kohdat.
- IV Taiteltu paperi litistetään pysyvästi tasoon paperiliittimellä. Syntynyt kolmio leikataan saksilla irti piirrettyä janaa pitkin.

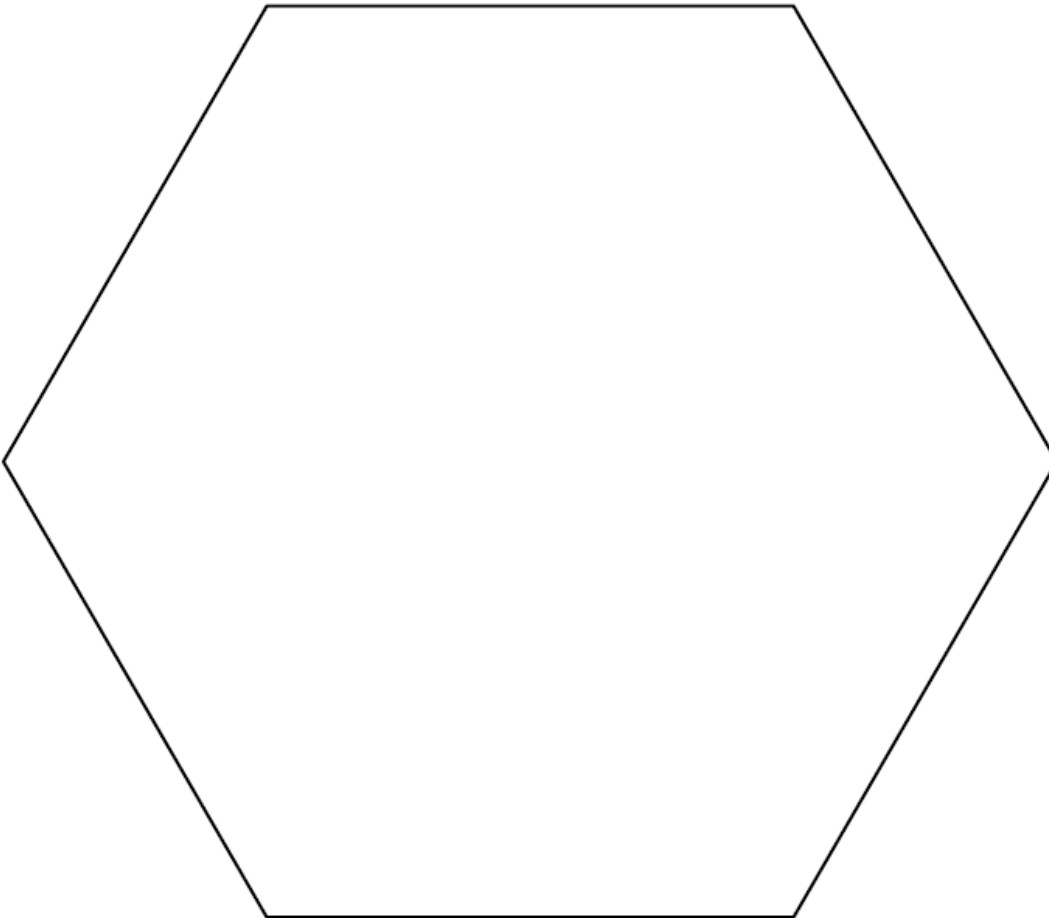
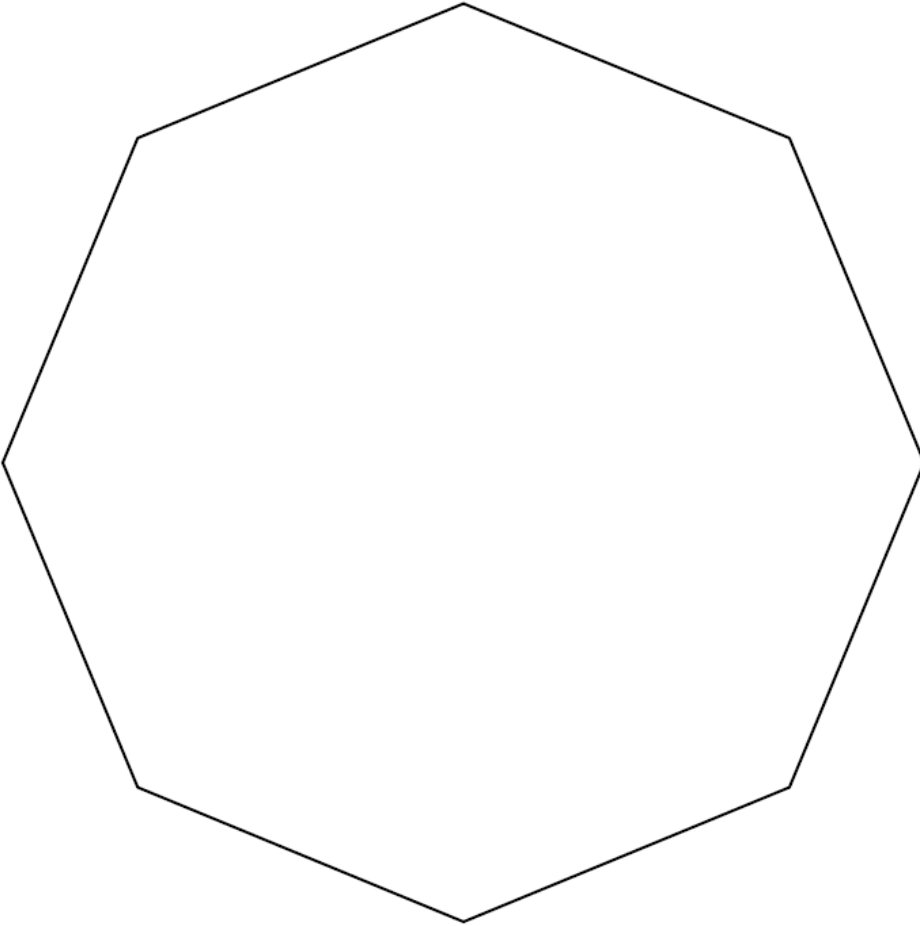
Avaa leikkaamasi kolmio neliöksi. Laita ratkaisusi kirjekuoreen.

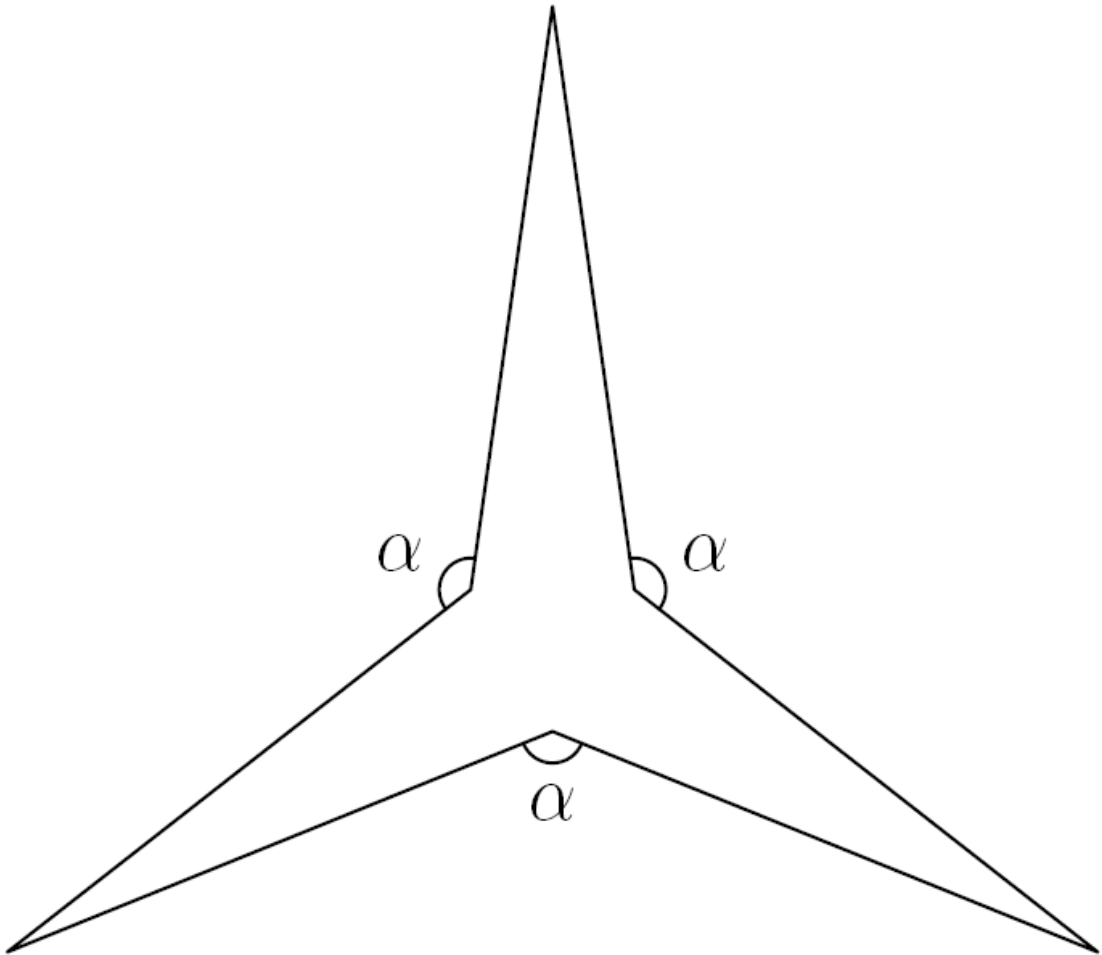
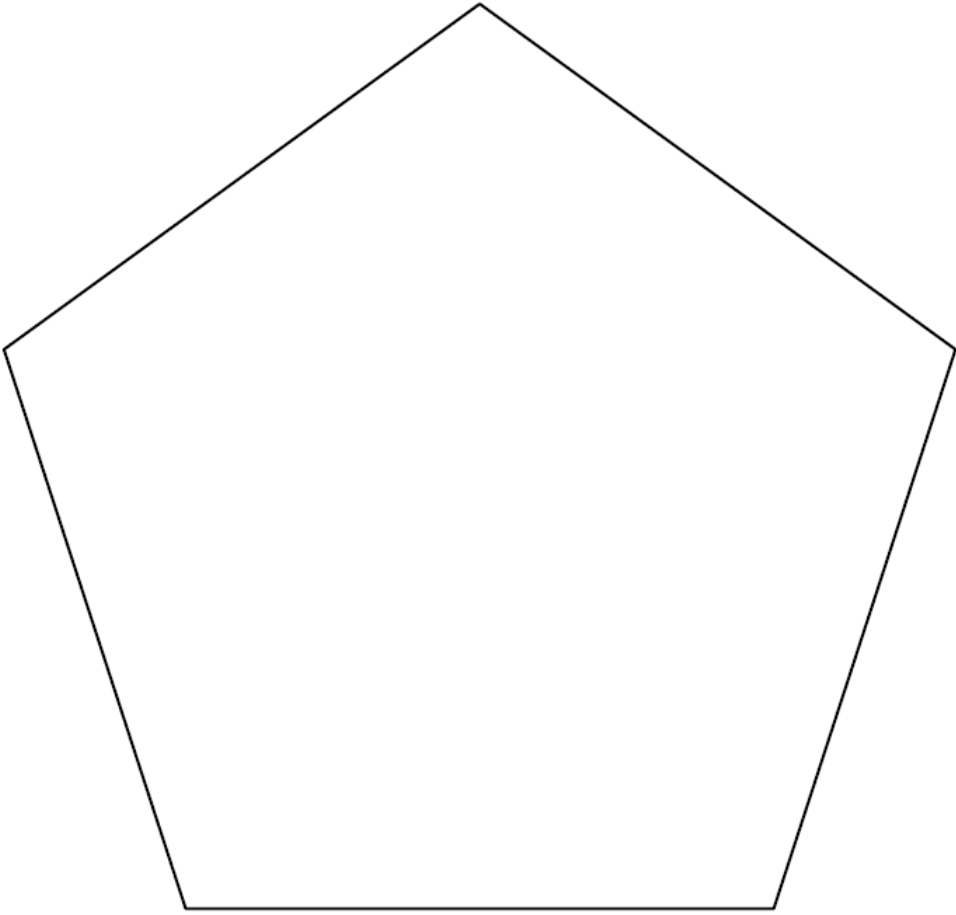
Käännä.

2. Käytä tehtävässä 1 tekemiäsi havaintoja hyväksi ja valmista uudesta A4-paperista säännöllinen kahdeksankulmio taittelu ja leikkaus -menetelmällä. Taittelun suunnittelua varten voit leikata irrallisella paperilla olevan mallikuvion irti. Voit leikata paperia useampaan kertaan.
3. Valmista taittelu ja leikkaus -menetelmällä säännöllinen kuusikulmio. Voit leikata irrallisella paperilla olevan mallikuvion irti taittelun suunnittelua varten.
4. Valmista taittelu ja leikkaus -menetelmällä säännöllinen viisikulmio. Voit leikata irrallisella paperilla olevan mallikuvion irti taittelun suunnittelua varten.
5. Valmista taittelu ja leikkaus -menetelmällä alla olevan piirroksen kaltainen kolmisakarainen tähti. Olennaista on, että kulman α suuruus on alle 180° . Voit leikata irrallisella paperilla olevan mallikuvion irti taittelun suunnittelua varten.



6. Leikkaa taittelu ja leikkaus -menetelmällä A4-paperin keskelle suorakaiteen muotoinen reikä, jonka A4-paperin pidemmän suuntaisen sivun pituus on 12 cm ja A4-paperin lyhyemmän suuntaisen sivun pituus on 5 cm.





Peruskoulun matematiikkakilpailu

Loppukilpailu perjantaina 3.2.2012



OSA 3 Ratkaisuaika 60 min Pistemäärä 30

Kaikkiin tehtäviin laskuja, kuvia tai muita perusteluja näkyviin, niistä saa pisteitä.

Kaikkien tehtävien maksimipistemäärä on kuusi.

1. Ratkaise x ja y , kun x ja y ovat luonnollisia lukuja. Ilmoita kaikki ratkaisut. Perustele, että enempää ratkaisuja ei ole.

$$x^x \cdot y = 2012$$

2. Ympyrän sisään on piirretty nelikulmio, jonka kärkipisteet ovat ympyrän kehällä. Nelikulmion peräkkäiset sivut tässä järjestyksessä ovat 1, 2, ja 3 ja jonka pitempi lävistäjä kulkee ympyrän keskipisteen kautta. Kuinka suuri on nelikulmion pinta-ala?
3. Lisää luvun 347864 numeroiden väliin jokin numero niin, että saatu luku on 99:llä jaollinen. Etsi kaikki ratkaisut.
4. Jos $f(f(x)) = 4x - 3$ ja $f(f(f(x))) = 9 - 8x$, niin määritä $f(1)$, $f(0)$ sekä $f(x)$.
5. Kylpyhuoneen seinä on laatoitettu saumattomasti neliön muotoisilla laatoilla, joiden kunkin sivun pituus on 10 cm. Muurahainen hengäilee yhden laatan keskellä ja kävelee siitä suoraa reittiä sen laatan keskelle, joka on alkupisteestä kolme laattaa oikealle ja kaksi laattaa ylöspäin. Kuinka lähellä neljän laatan risteyskohtaa muurahainen lähimmillään käy?