



Tehtäviä on kahdella sivulla; kuusi ensimmäistä tehtävää on monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeata vastausta.

1. Mitkä seuraavista luvuista ovat yhtä suuria?

- a) $\sqrt{2}$ ja 1,414213562373 b) $\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ ja $\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 c) $\sqrt{7}$ ja 2,645751311064 d) $\sqrt{9 + 2\sqrt{14}}$ ja $\sqrt{7} + \sqrt{2}$

2. Ilmapalloon puhalletaan lisää ilmaa niin paljon, että pallon tilavuus kasvaa 237,5%. Silloin pallon pinta-ala kasvaa

- a) 100% b) 125% c) vähintään 150% d) korkeintaan 175%

3. Lukuja on $n > 1$ kappaletta ja niiden keskiarvo on $M \neq 0$. Yksi luku, a , poistetaan ja jäljelle jääneiden lukujen keskiarvo lasketaan.

- a) Uusi keskiarvo on $\frac{M - a}{n - 1}$.
 b) Uusi keskiarvo voi olla alkuperäistä keskiarvoa pienempi.
 c) Uuden keskiarvon ja luvun M erotus on $\frac{M - a}{n - 1}$.
 d) Kun lasketaan keskiarvo uudesta keskiarvosta ja luvusta M , saadaan $\frac{nM - a}{2(n - 1)}$.

4. Lauseketta

$$\frac{c}{a + \frac{c}{b}} + \frac{a + c}{a - \frac{c}{b}}$$

sievennetään. Mitkä seuraavista tuloksista ovat oikein kaikilla lukujen a , b ja c arvoilla?

- a) 0 b) $\frac{c(2bc + a^2c + ab)}{b^2 - a^2c^2}$
 c) $\frac{ac(2c^2 + b + ac)}{a^2c^2 - b^2}$ d) $\frac{ac}{ac - b} + \frac{2ac^3}{(ac + b)(ac - b)}$

5. Kun n on positiivinen kokonaisluku, merkitään $S(n)$:llä luvun n numeroiden summaa (kymmenjärjestelmässä). Mitkä seuraavista pätevät kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla n ?

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $S(3n)$ on jaollinen kolmella | b) $S(2n) \leq 2S(n)$ |
| c) $S(2n) \geq \frac{1}{2}S(n)$ | d) $S(7n)$ on jaollinen seitsemällä |

6. Tiedetään, että

$$\frac{8^x}{2^{x+y}} = 64 \text{ ja } \frac{9^{x+y}}{3^{4y}} = 243.$$

Silloin $2xy$ on

- | | |
|-----------------|--------------------------|
| a) negatiivinen | b) 5 |
| c) 7 | d) pariton kokonaisluku. |

7. P on suorakulmaisen kolmion ABC hypotenuusan AB piste. Tiedetään, että

$$|PB| : |PC| : |PA| = 1 : 2 : 3.$$

Määritä kolmion sivujen suhteet.

8. Osoita, että jos reaaliluvuille x , y ja z on voimassa $(x + y + z)^2 = 3(xy + xz + yz)$, täytyy lukujen olla keskenään yhtä suuria.

12. 11. Perussarjan monivalinnan 2013
vastausslomake

Perussarjan monivalintatehtävien (6 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 7 ja 8 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 7 ja 8 maksimipistemäärä on 6.

Työaika on 120 minuuttia. Kirjoita myös tehtävien 7 ja 8 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.

Nimi : _____

Koulu : _____

Kotiosoite : _____

Sähköposti : _____

a b c d

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| 1. | | | | |
| 2. | | | | |
| 3. | | | | |
| 4. | | | | |
| 5. | | | | |
| 6. | | | | |