

1. Lukuja on  $n > 1$  kappaletta ja niiden keskiarvo on  $M \neq 0$ . Yksi luku,  $a$ , poistetaan ja jäljelle jääneiden lukujen keskiarvo lasketaan.

- a) Uusi keskiarvo on  $\frac{M - a}{n - 1}$ .
- b) Uusi keskiarvo voi olla alkuperäistä keskiarvoa pienempi.
- c) Uuden keskiarvon ja luvun  $M$  erotus on  $\frac{M - a}{n - 1}$ .
- d) Kun lasketaan keskiarvo uudesta keskiarvosta ja luvusta  $M$ , saadaan  $\frac{nM - a}{2(n - 1)}$ .

2. Kun  $n$  on positiivinen kokonaisluku, merkitään  $S(n)$ :llä luvun  $n$  numeroiden summaa (kymmenjärjestelmässä). Mitkä seuraavista pätevät kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla  $n$ ?

- a)  $S(3n)$  on jaollinen kolmella
- b)  $S(2n) \leq 2S(n)$
- c)  $S(2n) \geq \frac{1}{2}S(n)$
- d)  $S(7n)$  on jaollinen seitsemällä

3. Yhtälöllä  $x^3 + 3ax^2 + bx + c = 0$  on kolme ratkaisua, jotka muodostavat aritmeettisen lukujonon. (Kolmikko on aritmeettinen lukujono, jos keskimäinen jäsen on kahden muun keskiarvo.) Silloin varmasti

- a)  $ab = 2a^3 + c$
- b)  $a = 0$
- c)  $3a + c = 2b$
- d)  $b = 3ac$

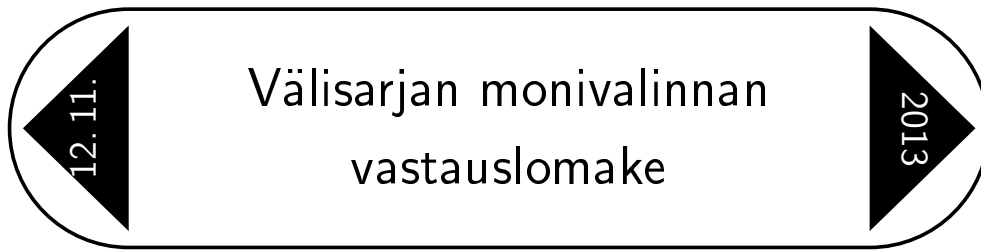
4. Kolmiolle  $ABC$  pätee  $|AB| < |AC|$ . Olkoon tämän kolmion ympäri piirretty ympyrä  $S$ . Pisteestä  $A$  piirretty kohtisuora janalle  $BC$  kohtaa ympyrän  $S$  uudestaan pisteessä  $P$ . Piste  $X$  sijaitsee janalla  $AC$ , ja janan  $BX$  jatke kohtaa ympyrän  $S$  pisteessä  $Q$ . Osoita, että jos  $|BX| = |CX|$ , niin  $PQ$  on ympyrän  $S$  halkaisija.

5. Lautapasianssissa on käytössä yksi sininen ja kolme valkoista nappulaa, jotka pystyy sijoittamaan  $2013 \times 2013$ -ruudukon ruutuihin. Yksittäisellä siirrolla tartutaan yhteen nappuloista ja sitä siirretään mahdollisimman pitkälle vasemmalle, oikealle, ylös tai alas vapaana olevaan ruutuun, kunnes pelilaudan reuna tai toinen nappula tulee vastaan. Todista, että alkuasemasta riippumatta sinisen nappulan saa sopivalla siirtosarjalla pelattua mihin tahansa ruutuun.

6. Etsi kaikki sellaiset positiiviset kokonaisluvut  $m$  ja  $n$ , että  $n$  on pariton ja yhtälö

$$\frac{1}{m} + \frac{4}{n} = \frac{1}{12}$$

toteutuu.



Välisarjan monivalintatehtävien (3 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 4–6 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 4–6 maksimipistemäärä on 6.

Työaika on 120 minuuttia. Kirjoita myös tehtävien 4–6 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.

**Nimi :** \_\_\_\_\_

**Koulu :** \_\_\_\_\_

**Kotiosoite :** \_\_\_\_\_

**Sähköposti :** \_\_\_\_\_

a      b      c      d

1.				
2.				
3.				