**RATIONAALILUVUT:** $\frac{x}{y}$ **,**$ y\ne 0$

1. **Murtoluvun SUURUUS KONKRETIAA EI SAA UNOHTAA!**



Tutustukaa murtokakkupaloihin, minkäkokoisia paloja löytyy? Mitkä ovat pienemmät, mitkä suurimmat?

**TEHTÄVÄ 0.** Osoita, että 0,3 $\ne $ $\frac{1}{3}$.

1. **MURTOUKUJEN LASKUPROSEDUURIT**

**SUMMA ja EROTUS (samannimiset)**

 (Murtokakkupalat)

****

Anna oppilaille tilaa ja välineet laskusääntöjen löytämiselle 🡪 ymmärrys

Onko kaikki OK kuvassa?

**TEHTÄVÄ 1.** Mallintakaa välinein, muistakaa supistaa vastaus jos mahdollista.

1. $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=$
2. $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=$

Tämä yleensä sujuu oppilailta hyvin vielä yläkouluun tultaessakin.

**SUMMA ja EROTUS (erinimiset)**

**12 € + 50 snt** $\ne $ **62 € TAI 2 m + 17 cm** $\ne $ **19 cm**

Lukuja ei voi noin vaan yhdistää vaan lukujen täytyy muodostua *samankokoisista* yksiköistä, tässä euroista ja senttimetreistä, jolloin saadaan 12,5 € ja 217 cm. Vastaavasti, jotta murtolukuja voidaan yhdistää, niiden tulee olla jaettuina *samankokoisiin* osiin.

**TEHTÄVÄ** **2.** Mallintakaa välinein, muistakaa supistaa vastaus jos mahdollista!

1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$
2. $\frac{2}{3}-\frac{1}{12}=$
3. $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=$
4. $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}=$
5. **SEKALUVUSTA MURTOLUKU ja MURTOLUVUSTA SEKALUKU**

**TEHTÄVÄ 3.** Muuntaminen sekaluvuksi tai murtoluvuksi

1. Muunna sekaluvuksi murtolukupohjaa käyttäen
2. $\frac{5}{3}$ b) $\frac{11}{7}$ c) $\frac{9}{4}$ d) $\frac{22}{9}$
3. Muunna murtoluvuksi sekaluku
4. $3\frac{5}{6}$ b) $1\frac{3}{5}$ c) $2\frac{1}{2}$ d)$ 2\frac{5}{10}$

Entäpä todella haastava: Muunna sekaluku $2\frac{3}{17}$ murtoluvuksi.

1. **KERTOMINEN JA JAKAMINEN LUONNOLLISELLA LUVULLA**

**MURTOLUVUN KERTOMINEN LUONNOLLISELLA LUVULLA**

**HUOMIO:** niin kuin luonnollisilla luvuilla voidaan kirjoittaa kertolasku **yhteenlaskuna**, samoin voidaan toimia murtolukujen kanssa:

$$2∙\frac{4}{5}=\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

Tällöin vältetään tyypillinen virhe, jossa oppilaat kertovatkin sekä osoittajan että nimittäjän kertojalla, eli *laventavat*.

**TEHTÄVÄ 4.** Mallintakaa välinein, muistakaa supistaa vastaus jos mahdollista!

1. $3∙\frac{1}{4}=$
2. $5∙\frac{2}{12}=$
3. $3∙\frac{3}{10}=$

**MURTOLUVUN JAKAMINEN LUONNOLLISELLA LUVULLA**

Edellisellä demolla jaettiin rahoja pehmoeläimille, nyt jaetaan murtokakkuja eri määrälle ”syöjiä”:

**TEHTÄVÄ 5.** Laske, mallinna murtokakkupaloin tai piirroksin!

1. $\frac{2}{5}:2=$
2. $\frac{4}{6}:2=$
3. $\frac{3}{5}:3=$
4. $1\frac{1}{5}:3=$
5. **KERTOMINEN JA JAKAMINEN MURTOLUVULLA**

**MURTOLUVUN KERTOMINEN MURTOLUVULLA**

**HUOMIO:** murtolukujen välinen kertolasku jää helposti irralliseksi ulkoa opituksi kaavaksi.

Johdattelu ajattelumalliin:

|  |  |
| --- | --- |
| 3∙2 = 6 | ”otetaan kolme kertaa kaksi” |
| 2∙2 = 4 | ”otetaan kaksi kertaa kaksi” |
| 1∙2 = 2 | ”otetaan yhden kerran kaksi” |
| $$\frac{1}{2}∙2=$$ | täydennä: |
| $$\frac{1}{4}∙2=$$ | täydennä: |
| $$\frac{1}{10}∙2=$$ | täydennä: |

**TEHTÄVÄ 6.** Laske. Mallinna välinein ja muista supistaa vastaus jos mahdollista.

1. $\frac{1}{2}∙\frac{2}{3}=$
2. $\frac{1}{3}∙\frac{6}{8}=$
3. $\frac{2}{3}∙\frac{6}{8}=$
4. $\frac{3}{4}∙\frac{8}{10}=$

Tässä toimii myös hyvin pinta-alamallinnus. NÄYTÄ!

**HUOMIO:** Oppilaat oppivat helposti ulkoa murtolukujen välisen kertolaskun, sillä siinä he pääsevät hyödyntämään luonnollisten lukujen ominaisuuksia. Se ei kuitenkaan takaa sitä, että he *ymmärtäisivät* mitä laskussa tapahtuu.

**LAVENTAMINEN & SUPISTAMINEN**

**Lavennettaessa** kerrotaan luvulla 1 ja supistettaessa luku 1 irrotetaan murtoluvusta:

Jos halutaan kymmenesosia, kerrotaan luvulla **1**, joka vain esitetään sopivan näköisenä niin että saadaan kymmenesosia

$$\frac{2}{2}∙\frac{3}{5}=\frac{6}{10}$$

**Supistettaessa** jaetaan luvut tulon tekijöihin ja katsotaan löytyykö samaa tekijää:

$$\frac{6}{21}=\frac{3∙2}{3∙7}=\frac{3}{3}∙\frac{2}{7}=1∙\frac{2}{7}=\frac{2}{7}$$

**LUONNOLLISEN LUVUN JAKAMINEN MURTOLUVULLA (murtolukupohjat TAI piirrokset)**

Laske $3 :\frac{1}{4}=$

Oppilaille tehtävä on vaikea, koska he eivät yleensä osaa lukea tehtävänantoa. Sama vaivaa vielä LO-opintoihin hakeviakin: n. 50 % hakijoista osasi laskea yllä olevan tehtävän valintakokeessa. Kun sama tehtävä esitettiin sanallisessa muodossa, 98 % hakijoista sai tehtävän ratkaistua oikein.

Tässä toimii upeasti sisältöjakoajatus: ”*kuinka monta kertaa jakaja sisältyy jaettavaan*?”

**TEHTÄVÄ 7.** Mallinna välinein, murtolukupohjin tai piirroksin.

1. $1 : \frac{1}{5}=$
2. $2 : \frac{1}{3}=$
3. $2 : \frac{1}{4}=$
4. $3 : \frac{1}{5}=$

**MURTOLUVUN JAKAMINEN MURTOLUVULLA**

Sama sisältöajattelu kantaa edelleen!

**TEHTÄVÄ 8.** Laske, mallinna murtokakkupaloin tai piirroksin!

1. $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}=$
2. $\frac{2}{3}:\frac{1}{12}=$
3. $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=$
4. $\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=$

**MURTOLUVUN TIHEYS**

Murtoluvun *tiheyden* ymmärtäminen vaatii oppilaalta käsitteellistä muutosta siinä, miten hän ajattelee luvuista ylipäänsä. Kun oppilaalta kysytään, mikä luku tulee luvun $\frac{2}{5}$ jälkeen, tyypillinen vastaus on $\frac{3}{5}$. Tämä osoittaa sen, että oppilas ajattelee kullakin luvulla olevan seuraajan ja että murtoluvut voitaisiin luetella suuruusjärjestyksessä kuten luonnolliset luvut. Kuitenkin rationaaliluvuissa luvuilla ei ole seuraajaa niin kuin luonnollisilla luvuilla ja kokonaisluvuilla (17 jälkeen tulee 18 ja -2 jälkeen tulee -1). Ei pystytä sanomaan sitä, mikä murtoluku olisi juuri $\frac{2}{5}$ jälkeen, sillä murtolukuja on ääretön määrä. Nimittäjää voidaan suurentaa kuinka paljon tahansa ja näin saada yhä pienempiä ja pienempiä osia.

**Esimerkki:** Etsi kolme keskenään erikokoista murtolukua, jotka ovat murtolukujen $\frac{1}{3}$ ja $\frac{2}{3}$ välissä. Jo tehtävänannossa törmäytetään oppilaan käsitys siitä, ettei olisi olemassa murtolukuja, jotka mahtuisivat tuohon annettuun väliin.



**TEHTÄVÄ 9.** Etsi 3 keskenään erikokoista murtolukua, jotka ovat murtolukujen $\frac{1}{2}$ ja $\frac{2}{2}$ välissä.