

Toiminnallisuus matematiikan opetuksessa

*”Kun oivallamme jotakin omin päin,
meidät valtaa vapauden ja voitonriemun tunne.
Orjiksi tunnemme itsemme silloin,
kun opettelemme ulkoa toisen ihmisen sanoja,
joita emme ymmärrä.”*

W. W. Sawyer

Pinnallisten sääntöjen ulkoa muistamisen sijaan konkretian ja toiminnallisuuden avulla oppilaat voivat luoda matemaattisesti oikeita ja käyttökelpoisia mielikuvia. Abstraktilla ajattelun tasolla olevat oppilaat pystyvät palaamaan matemaattisessa ajattelussaan abstraktia tasoa alemmalle tasolle ja he osaavat konkretisoida ja visualisoida matematiikan käsitteitä. Tällöin mahdollistuu myös matematiikasta puhuminen ja kirjoittaminen, niin että taidoiltaan erilaiset oppilaat oppivat keskustelemaan käsitteistä ja ajattelustaan ymmärrettävällä tavalla.

Esimerkiksi lukujen kymmenkertaistaminen, satakertaistaminen ja niin edelleen ymmärretään kymmenkertaisen käsitteen avulla: ”jotakin otetaan kymmenen kertaa.” Tämä pätee kaikilla luvuilla. Jos oppilaat ovat saaneet oppia, että kymmenkertainen tarkoittaa joissakin tilanteissa ”nollan lisäämistä perään” tai toisissa ”pilkun siirtämistä askeleen vasemmalle”, eikä kymmenkertaistamista ole opeteltu muilla kuin kokonaisluvuilla ja desimaaliluvuilla, on ymmärrys helposti hataralla pohjalla. Miten kymmenkertaistaminen tapahtuu esimerkiksi murtoluvuilla? Nollan lisääminen tai pilkun siirtäminen ei taida auttaa. Ymmärtävässä ja tutkivassa oppimisessa kymmenkertaistuksia tehdään erilaisilla välineillä ja erilaisilla luvuilla, jolloin päästään lopulta ymmärtämään ja yleistämään asia kestäväällä tavalla ikätason mukaisesti.

Toiminnallisuuteen ja ymmärtämiseen pohjautuva opiskelu vie alussa aikaa, mutta ”vuosien saatossa menetetty aika” korvautuu laadullisella ymmärtämisellä, jolloin samoja perusasioita ei enää tarvitse kerrata alusta saakka. Oppilaan ei tarvitse kaivella muististaan irrallisia ja pinnallisia sääntöjä kerta toisensa jälkeen. Näitä sääntöjä hän ei edes voi soveltaa yleispätevästi ellei hän ole kyennyt yleistämään niitä ja liittämään suurempaan kokonaisuuteen. Ymmärtävään oppimiseen tähtäävä opetus takaa paremmin sen, että opettamisen ja osaamisen kanssa ei aina olla ”lähtöruudussa” kertaamassa jälleen kerran ja samalla tavalla aikaisemmin pinnallisesti opittuja sääntöjä.

Toiminnallisuutta on monenlaista

Perusopetuksen matematiikan opetussuunnitelmassa 2016 korostetaan oppilaan omaa kokemusta. Yleisessä osassa määritellään, että konkretia ja toiminnallisuus ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja opiskelua kaikilla vuosiluokilla.

Toiminnallisuus työtapana vaatii opettajalta perehtymistä, jos tällainen opetustapa ei ole entuudestaan tuttu. On hyvä edetä pienin askelin ja lisätä toiminnallisuutta opetukseen vähitellen. Aloittaa kannattaa sieltä, mikä tuntuu istuvan itselle parhaiten. Hiljalleen keinovalikoimaa kannattaa lisätä ja kokeilla rohkeammin myös sellaisia toiminnallisia tehtäviä, jotka tuntuvat haastavammilta viedä omaan opetukseen. Tehtäviä kannattaa ensin kokeilla itse ja osallistua toiminnallisen opetuksen koulutuksiin. Epäonnistumista ei kannata pelätä, uuden oppimisessa sattuu aina virheitä ja kompasteluja. Seuraavalla kerralla opettaja on jo kokeneempi ja viisaampi. Vaikka opettajana ei erikoisemmin innostuisikaan jostakin toiminnallisesta

harjoituksesta tai pelistä, saattaa kuitenkin olla, että oppilaat ovat asiasta toista mieltä ja osallistuvat ja innostuvat juuri siitä. Opettajan on syytä pitää mielessä, että useimmiten oppilaat tarvitsevat toiminnallisuutta ymmärtääkseen, jaksakseen harjoitella ja oppiakseen uutta.

Toiminnallisia työtapoja valittaessa kannattaa huomiota kiinnittää siihen, ettei opetus mene pelkäksi puuhasteluksi ja touhuksi, jossa tavoitetta on vaikea havaita. Toiminnallisuudesta pitää olla opetuksessa jotakin etua ja hyötyä, sen pitää tähdätä oppimiseen. Toiminnalliset työtavat sopivat monenlaisille oppilaille ja niiden avulla oppilaan on usein helpompi ymmärtää, tutkia ja oivaltaa matematiikan sisältöjä.

Toiminnallisuus on enemmän kuin pelkkää havainnollistamista. Toiminnallisuudessa oppilaiden on itse päästävä tekemään ja kokemaan, ei vain seuraamaan, kun joku toinen – esimerkiksi opettaja – tekee ja selostaa. Toiminnallisuus ei oikeastaan tarkoita sitäkään, että oppilaat saavat katsella esimerkiksi animaatioita tai opetusvideoita opeteltavasta aiheesta, vaikka niidenkin tehtävä on havainnollistaa ja konkretisoida käsitteitä ja operaatioita.

Matematiikan oppimisesta toiminnallisilla työtapoin voi tehdä oppilaalle mielenkiintoisen seikkailun, jossa hän saa itse oivaltaa, oppia, tehdä käsillään ja rakentaa yleisemminkin omaa matematiikkaansa. Kaikki toiminnallisuus ei kuitenkaan itsessään sisällä keksivää ja oivaltavaa oppimista.

1. Toiminnallisuutta sisältävät työtavat, joissa ei ole matemaattista sisältöä

Tällaisia toimintoja ovat esimerkiksi pienet jumppatuokiot tai muu mukava tekeminen, kun oppilas on tehnyt tietyn määrän annettuja matematiikan tehtäviä. Nämä toiminnot auttavat oppilasta keskittymään ja ne myös palkitsevat oppilasta tehdystä työstä. Matematiikan opiskelu sujuu varsinkin pieniltä oppilailta paremmin, kun heitä ei pakoteta vain istumaan, kuuntelemaan, ajattelemaan ja kirjoittamaan. Tällaiset toiminnot tekevät oppimisesta hauskeempaa ja saavat oppilaat harjoittelemaan enemmän, vaikka motivaatio tekemiselle onkin ulkoinen palkinto.

2. Toiminnallisuus harjoituttaa ja auttaa muistamaan

Monet pelit harjoittavat etenkin muistamista ja rutiinin vakiinnuttamista. Näiden pelien aika opetuksessa on yleensä sen jälkeen, kun oppilaat ovat saaneet ensin mahdollisuuksia tutkia, ymmärtää ja oivaltaa opittava asia. Pelejä, jotka opettaisivat uusia käsitteitä ymmärtämiseen ja oivaltamiseen pohjaten, on aika vähän verrattuna ”drillipeleihin”. Esimerkiksi todennäköisyyden perusteiden ymmärtävä oppiminen onnistuu parhaiten pelaamalla pelejä, joissa oppilaat saavat itse kokea todennäköisyyden vaikutuksen pelionneen.

Pienten oppilaiden laululeikit ja riimittelyt, joissa on kehorytmejä mukana, tukevat muistamista ja mieleen palauttamista, esimerkiksi viikonpäivien ja kuukausien järjestyksen muistamiseen on olemassa monia lauluja ja leikkejä, tai monikertojen lukujonojen harjoitteluun voidaan liittää monipuolisesti liikettä ja/tai erilaisia välineitä. Kertotaulujen muistamista saattaa helpottaa, jos samalla saa räpätä musiikin tahdissa.

Muistamisen tukemisessa voidaan käyttää myöhempinäkin kouluvuosina monia erilaisia muistitekniikoita ja mielikuvia. Ne eivät kuitenkaan sinänsä yleensä tue asian ymmärtämistä, vaan ne toimivat enemmän kätevinä muistikikkoina. Pelkkä ymmärtäminen ei välttämättä takaa ja tue muistamista ja siksi tällaisillakin toiminnoilla on merkitystä oppimisessa.

3. Toiminta auttaa ymmärtämisessä, taidon oppimisessa ja muistamisessa

Toiminnallisilla työtapoilla voidaan opettaa monipuolisesti matematiikan sisältöjä. Tällöin toiminnan tarkoitus on auttaa oppilasta ymmärtämään opittava käsite ja soveltamaan oppimaansa ongelmanratkaisussa eli oppilaalle uusissa tilanteissa.

Pienet oppilaat saavat osallistua ohjattuihin pedagogisiin leikkeihin ja peleihin, joilla mallinnetaan opittavia asioita konkreettisten tilanteiden avulla. Esimerkiksi rahalaskuja varten voidaan leikkiä kauppalapeliä, johon osallistuu koko opetusryhmä. Tai lukusuora voidaan tehdä niin, että oppilaille annetaan paperilapuilla

tasakymmeniä (tai joku muu lukusuoran lukuväli) ja he asettuvat lukusuoran tapaan riviin, jolloin lukusuoralle on mahdollista sijoittaa muitakin lukuja, joita niin ikään on annettu oppilaille paperilapulla. Toiminnallisuutta on sekin, kun harjoitellaan laskujärjestyssääntöjä siten, että asiaa pohditaan yhdessä siten, että oppilaille on annettu lausekkeiden lukuja ja laskutoimitusmerkkejä irrallisilla paperilapuilla ja he saavat yhdessä pohtia ja kokeilla konkreettisesti esimerkiksi napeilla, miten käytetyt merkit ja järjestys muuttavat lausekkeen arvoa.

Myös matematiikkaa, ongelmanratkaisua tai ylipäätään strategista ajattelua sisältävän pelin pelaaminen on toiminnallista oppimista. Hyvässä opetuspelissä on kuitenkin mukana myös sattumaa ja onnea, ei pelkkää päättelyä.

Toiminnallisuutta on myös se, että oppilas saa itse tehdä esimerkiksi jonkin välineen, jota voidaan sen jälkeen hyödyntää oppimisessa, esimerkiksi oppilaat voivat suunnitella ja toteuttaa loogisia kokoelmia tai rakentaa omat kymmenjärjestelmävälineet niputtamalla askartelutikkuja.

Toiminnallisuutta on sekin, kun oppilaat valitsevat itselleen sopivimmat välineet ongelman ratkaisemiseksi ja käyttävät näitä välineitä ratkaisun etsimiseen ja selostamiseen.

Matematiikan opiskelussa ratkaisuprosessiin tarvitaan välineiden lisäksi samalla usein hyviä muistiinpanotapoja ja kielentämistä. Näitäkin on opittava, jotta oppilaat pystyvät keskustelemaan oppimastaan toisten kanssa. Oppilailla on tällöin aito tarve keksiä keinoja, joilla he saavat ajattelunsa näkyväksi. Toiminnallisuus opettaa samalla näitä taitoja.

Toimintamateriaalit ovat ajattelun välineitä

Toiminnallisissa työtavoissa tarvitaan erilaisia välineitä. Yksinkertaisimmillaan välineinä voivat toimia oppilaat itse tai kynä ja paperi. Välineinä voidaan käyttää monia oppilaille tuttuja arjen esineitä ja/tai leluja. Tai opetuksessa voidaan käyttää matematiikan konkretisoimiseen varta vasten suunniteltuja välineitä kuten esimerkiksi toisiinsa kiinnittyviä rakentelukuutioita, kymmenjärjestelmävälineitä, murtokakkuja, värisauvoja, loogisia kokoelmia, avaruuskappalesarjoja ja geolautoja.

Huomattavaa on, että välineet itsessään eivät kuitenkaan opeta, tähän tarvitaan edelleen opettajan ohjausta.

Kohti abstraktia ajattelua

Yhdessä kokemisen kautta voidaan opetuksessa paremmin taata, että kaikilla oppilaille on ainakin tärkeimmistä käsitteistä sama kokemuspohja, josta on tehty yhdessä havaintoja ja joka on kielennetty yhdessä. Oppilaiden kokemusmaailma ja kielitaito vaihtelevat paljon. Jos haluamme, että kaikilla oppilaille on mahdollisuus kehittää matemaattista ajatteluaan, on loogis–matemaattisia kokemuksia syytä hankkia ja kielentää koulussa yhdessä osana oppimisprosessia. Hankitaan siis välittömiä kokemuksia. Ei riitä, että vain kielen varassa kerromme omista kokemuksistamme ja havainnoistamme, jotka ovat välillisiä kokemuksia ilman omakohtaisuutta. Aina kuvakaan ei riitä tarpeeksi avaamaan käsitteitä.

Toiminnallisuuden ja konkretian kautta havainnollistamisen osuus vähenee asteittain ylemmille luokille mentäessä, sillä opetussuunnitelman mukaista opetusta saaneille oppilaille pitäisi olla kertynyt jo aikaisempien kouluvuosien aikana saatuja kokemuksia matemaattisen ajattelun pohjaksi. Jos oppilas ei ole näitä kokemuksia saanut aikanaan, konkretisoiminen aivan perusteista lähtien auttaa ymmärtämistä myös myöhempinä kouluvuosina. Ilman ymmärtämistä ei ole todellista osaamista!

Matematiikka on lopulta kuitenkin abstrakti käsitejärjestelmä, vaikka oppimisessa ja ymmärtämisessä tarvitaankin konkreettisuutta. Toiminnallisuuden ja välineiden käyttämisen lopullinen tavoite on, että

oppilaat eivät niitä enää tarvitse, vaan heillä on jo muistinvaraisia rikkaita mielikuvia käsitteistä ja operaatioista. Opetuksen tavoite on, että mahdollisimman moni oppilas pääsee matematiikassa lopulta abstraktin ajattelun tasolle.

Esimerkki paikkajärjestelmän opettamisesta toiminnallisesti

Kymmenjärjestelmän ymmärtäminen paikkajärjestelmänä on koulumatematiikan peruskiviä. Oppilaiden tehtävänä on oppia paikka-arvo eli se, mikä on numeron arvo kyseisen yksikön kohdalla. Luvut eivät ole pelkkiä numerosarjoja. Jos oppilaat oppivat laskemaan allekkainlaskuja liian varhain ymmärtämättä kymmenjärjestelmän luonnetta, tulee laskemisesta pinnallisesti ymmärretty helppo laskutoimitus, jossa oppilas ei tiedä, mitä hän on oikeastaan tekemässä, koska oppilaan lukujen käsittelyn taito, ymmärrys paikkajärjestelmästä ja tuloksen suuruusluokan arvioinnin taito ovat vielä kehittymättä. Siksi kymmenjärjestelmän ymmärtämiselle on syytä antaa aikaa ensin kehittyä ja siksi allekkainlaskua ei ole syytä opettaa alkuopetuksen aikana.

Kymmenjärjestelmä on paikkajärjestelmä, jossa numeron paikka määrää sen arvon. Paikkajärjestelmän oppimisessa on hyvä käyttää eri kantalukuja ja konkretisoida sitä monella eri tavalla. Matematiikassa on olemassa muitakin kantalukuja paikkajärjestelmälle. Binääriluvut, joissa kantaluku on 2, lienevät niistä tunnetuimpia. Kantaluku voidaan valita vapaasti ja silti paikkajärjestelmässä numeron paikka määrää sen arvon saman periaatteen mukaisesti.

Yhdessä tekeminen lisää ymmärrystä ja auttaa oppimisessa. Alla olevat toiminnot ovat pelkän kirjallisen selostuksen ja kuvien varassa hankalia hahmottaa. Selostuksesta on vaikea tehdä tarpeeksi yksityiskohtaista eikä kuvistakaan ole helppo hahmottaa ajallista jatkumoa. Mutta jos oppilas saa itse kokea ja yrittää ratkaista tehtäviä yksin ja yhdessä, muuttuu vaikealta näyttävä tehtävä vähitellen ymmärrettäväksi ja sujuvaksi.

Kehollisia kokemuksia binäärijärjestelmästä

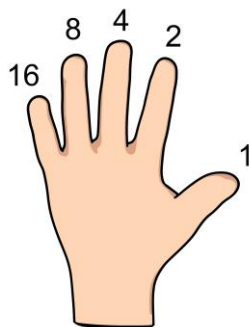
Kun työskennellään oppilaiden kanssa, aloitetaan luettelemaan lukujonoja ja näytetään samalla luvut sormilla tai oppilailla itsellään, jolloin oppilaat seisovat rivissä ja nousevat seisomaan ja istuutuvat.




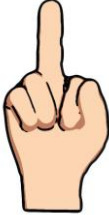






Edetään pienin askelin, aloitetaan alusta riittävän monta kertaa. Tärkeää on, ettei opettaja kerro ja selosta toimintaa matematiikan kannalta jo heti alussa liikaa, annetaan aikaa ja tilaa oppilaiden omalle yritykselle ja oivaltamiselle. Tehdään sekä yksin (sormilla) että yhdessä (oppilailla itsellään ryhmänä sekä kuutioilla parityönä).

Sormet

Oppilaalta voi kysyä, kuinka pitkälle hän osaa laskea sormin. Tavallisesti vastaus on ”kymmeneen”. Sormilla voi kuitenkin laskea monella tavalla. Yksi tapa on käyttää binäärijärjestelmää, jossa 1 on sormi ylhäällä ja 0 on sormi alhaalla. Jokaisella sormella on oma arvonsa samaan tapaan kuin binäärijärjestelmässä.




Kuva 1. Binäärijärjestelmä sormilla



 yksi	 kaksi	 kolme	 neljä	 viisi
 kuusi	 seitsemän	 kahdeksan	 yhdeksän	 kymmenen

Oppilaat rivissä

Sormet voidaan korvata myös ihmisillä. Oppilaille voidaan antaa ohjeeksi edetä yhden askelin kasvavassa lukujonossa samaan tapaan kuin mitä tehtiin sormilla. Toisin sanoen he luettelevat lukuja 1, 2, 3, ... ja samalla joko istuvat tai nousevat seisomaan. Edetään siis järjestyksessä.




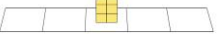
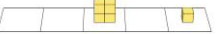
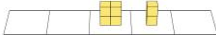
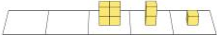



 yksi	 neljä	 kahdeksan
---	--	--

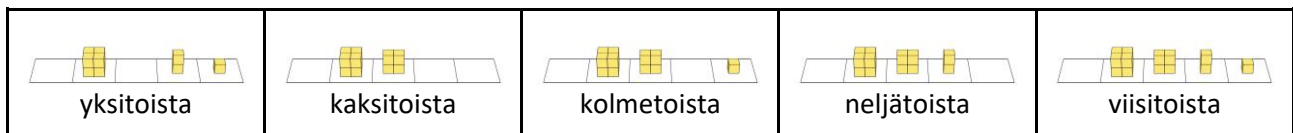
Taulukko 2. Esimerkkejä binäärilukujen muodostamisesta oppilailla

Toimintamateriaaleilla työskentely, rakentaminen kuutioista

Binäärijärjestelmää – ja muitakin paikkajärjestelmän kantalukuja – voidaan hyvin havainnollistaa toisiinsa kiinnittyvillä rakentelukuutioilla. Käytetään apuna myös paikka-alustaa.

Oppilaat saavat lisätä paikka-alustalle oikeaan kohtaan yhden kuution kerrallaan. Binäärijärjestelmässä paikka vaihtuu suurempaan heti, kun samalle paikalle ”on pyrkimässä” toinen kuutio. Kuutioilla työskennellessä oppilaat saavat konkreettisen kokemuksen jokaisen lukuyksikön arvosta, koska jokaisen luvun ykkösten määrä on näkyvässä jokaisella paikalla.

 yksi	 kaksi	 kolme	 neljä	 viisi
 kuusi	 seitsemän	 kahdeksan	 yhdeksän	 kymmenen



Taulukko 3. Esimerkkejä binääriluvuista kuutiorakennelmina

Samalla tavalla voidaan valita kantaluvuksi esimerkiksi kolme tai sitä suurempia lukuja. Oppilaat saavat rakentaa kuutioilla esimerkiksi omat kolmijärjestelmävälineensä. Matematiikassa yleisesti käytetty kymmenjärjestelmä toimii aivan samalla tavalla, erotuksena kuitenkin se, että kantalukuna on kymmenen.

Lukujonon kirjoittaminen binäärijärjestelmässä

Lopuksi kokemusten jälkeen voidaan binäärijärjestelmän lukuja kirjoittaa myös lukujonona ja opetella merkintä ja lukutapa.

1_2
 10_2
 11_2
 100_2
 101_2
 110_2
 111_2
 1000_2

ja niin edelleen

Jos oppilaat ovat saaneet ensimmäisinä kouluvuosinaan leikkiä eri lukujärjestelmillä, kokemukset kantavat lukioon ja sen jälkeisiin opintoihin saakka, kun tehtävänä on ymmärtää ja soveltaa eri kantalukuja vaikeammassa tehtävissä. Jo pienten oppilaiden kanssa voidaan hankkia paljon sellaisia loogis-matemaattisia kokemuksia, jotka kantavat matematiikan oppimisessa silloinkin, kun sisällöt vaikeutuvat.

Loogiset kokoelmat

Loogisia kokoelmia voidaan käyttää opetuksessa monipuolisesti. Oman loogisen kokoelman tekeminen itsessään kehittää ominaisuuksien ja niiden yhdistelmien havaitsemista eli kombinatoriikkaa. Loogisilla kokoelmilla voidaan tehdä monenlaisia matemaattista ajattelua kehittäviä toimintoja. Pelaaminen ja pelillisuus on helppo yhdistää tekemiseen. Loogisilla kokoelmilla voidaan havainnollistaa muun muassa joukkoja, tehdä puumalleja, ratkaista funktioita tai pohtia logiikan totuusarvoja.

Loogisten kokoelmien etu on, että niitä voidaan käyttää läpi koko peruskoulun, koska opetettavia sisältöjä voidaan varioida ja vaikeuttaa monella tavalla. Yhteistä erilaisille loogisille kokoelmille on, että niissä on rajattu määrä ominaisuuksia. Toiminnoissa hyödynnetään ominaisuuksia ja niiden negatiota, esimerkiksi punainen – ei-punainen, kaksinumeroinen – ei-kaksinumeroinen ja niin edelleen.

Esimerkki murtolukujen jakolaskusta toiminnallisesti tutkivan oppimisen periaatteella

Murtoluvuilla laskettaessa “jumpataan” koko ajan paperiliuskoilla, unkarilaisilla värisauvoilla, murtokakuilla, piirakoilla ja muilla tehtäviä havainnollistavilla välineillä. Aluksi käytetään yksikkömurtolukua, eli opitaan kunnolla yksi neljäsosa, yksi kolmasosa ennen kuin harjoitellaan suuremmilla osoittajilla.

Murtolukujen jakolaskussa käydään ensiksi läpi kokonaisluvulla jakaminen. Oppilailla voi olla useampi samanmittainen paperiliuska, jotka ovat nyt yksi kokonainen ja joita aletaan jakaa eri kokonaisluvuilla. Opettaja pyytää jakamaan paperiliuskan eli yhden kokonaisen kahteen osaan. Saadaan puolikkaita. Siitä

saadaan jakolaskulauseke $1/2 = \frac{1}{2}$. Jaetaan näistä toinen kahteen osaan, saadaan jakolasku $\frac{1}{2} / 2 = \frac{1}{4}$. Jaetaan toinen puolikas kolmeen osaan, ja kokonaiseen vertaamalla, esimerkiksi lyijykynällä uuden osan mittaisia viivoja peräkkäin yhdelle kokonaiselle liuskalle piirtäen, saadaan selville, että leikattu osa on $\frac{1}{6}$ koko liuskasta. Saadaan lasku $\frac{1}{3} / 2 = \frac{1}{6}$. Vastaavasti samat jakolaskut voidaan havainnollistaa unkarilaisilla laskusauvoilla, jolloin yhdeksi kokonaiseksi kannattaa valita 12 cm:n mittainen sauva.

Murtoluvulla jaettaessa kannattaa käyttää sisältöjakolaskua. Käytetään tässä murtokakkuja, ja kukin oppilaspari saa tietyn jaettavan, johon he kokeilevat eri murtolukujen sisältöjakolaskuja. Muutama ryhmä alkaa jakaa kolmea kokonaista, muutama kahta kokonaista, pari yhtä kokonaista, pari puolikasta, yksi ryhmä neljäsosaa ja yksi kolmasosaa. (Isommille jaettaville voidaan murtokakkujen avulla tehdä useampia laskutehtäviä, mutta toisaalta silloin tarvitaan myös useampi murtokakkusarja)

Olennaista on sovittaa jakajan kokoisia murtokakkuja jaettavan kokoisen päälle. Esimerkkitapaus tai pari kannattaa käydä ensin yhdessä opettajaohjoisesti. $2 : \frac{1}{4}$ käydään vaikka yhdessä läpi niin, että opettajalla on kaksi kokonaista murtokakkuja. Sitten oppilaat tuovat niiden päälle neljäsosakakkuja niin paljon, että ne peittyvät tarkalleen, ja havaitsevat, että niitä sisältyy kahteen kokonaiseen kahdeksan kappaletta. Näin saadaan lauseke $2 : \frac{1}{4} = 8$.

Esimerkin mukaisesti nähtyään omissa tehtävissään, kuinka monta kertaa jakaja sisältyy jaettavaan oppilaat kirjoittavat saamansa laskulauseet vihkoihinsa. Tämän jälkeen he käyvät kirjoittamassa ne taululle opettajan laatimaan taulukkoon. Syntyneestä taulukosta tutkitaan yhdessä, miten osamäärälle käy, kun jakaja kasvaa tai pienenee. Mistä tämä johtuu?

Monet oppilasparit oivaltavat syntyneissä laskuissa säännönmukaisuutta. Joku pari huomaa idean jo tehdessään omia tehtäviään. Tämän toiminnallisen tehtävän ideana on opetella itse johtamaan ja oivaltamaan matemaattisia sääntöjä. Jos oppilas osaa sen itse johtaa, hän ei ole niin riippuvainen ulkoa opituista säännöistä, vaan hän voi tarvittaessa johtaa sen uudelleen, koska hän ymmärtää, miten laskusääntö on syntynyt.

Matemaattiset taikatempu

Taikatempuilla on helppo elävöittää matematiikan oppitunteja. Samalla parhaimmillaan ne myös opettavat matematiikkaa, kun oppilaat opettelevat tekemään niitä ja he esittelevät osaamistaan temppeja toisille. Matemaattisten taikatempujen vaikeusaste vaihtelee yksinkertaisista ja helpoista tempuista sellaisiin, joissa pitää osata vaikeita pääsälaskuja ja muistaa tempun pitkä rakenne. Siksi ne motivoivat ja sopivat kaiken tasoille oppilaille.

Taikuri Martti Sirén on kirjoittanut kaksi kirjaa matemaattisista taikatempuista. Erityisenä ansiona voidaan pitää sitä, että hän on oivaltanut taikatempujen pedagogisen merkityksen ja hän antaa kirjoissaan selkeitä ohjeita niiden hyödyntämiseen kouluopetuksessa.

Kirjallisuutta, josta löytyy hyviä ideoita toiminnalliseen matematiikan opetukseen

Ikäheimo, Hannele & Voutilainen, Eija 2017. Murtolukuja välineillä luokille 3–9. ELLI Early Learning Oy.

Järvinen, Rita 2017. Loogiset kokoelmat – Opettajan käsikirja. Varga–Neményi ry.

Kairavuo, Karin & Voutilainen, Eija 2018. Matematiikkaa värisauvoilla luokille 6–9. ELLI Early Learning Oy.

Sirén, Martti & Järvenpää, Timo 2018. Viisi viiriäistä ja kaksi kelmiä sekä muita matemaattisia taikatemppeja – työkaluja hauskeeseen opetukseen. MFKA-Kustannus Oy, Helsinki.

Sirén, Martti 2019. Suklaakarkkeja sammosta – Lisää matemaattisia taikatemppuja ja työkaluja hauskempaan opetukseen. MFKA-Kustannus Oy, Helsinki.

Wass, Sirpa (toim.) 2016. Iloa ongelmanratkaisuun. Otava, Helsinki.