

Peruskoulun matematiikkakilpailu

Alkukilpailu 30.9. – 11.10.2019



Työskentelyaika 45 minuuttia. Ratkaise tehtävät 1, 2 ja 5 tehtäväpaperiin. Muiden tehtävien ratkaisut tulee tehdä erilliselle vastauspaperille.

Perustelee laskulausekkeella, piirroksella tai selityksellä. Palauta tämä tehtäväpaperi vastauspaperisi mukana. Laskinta ei saa käyttää. Sallitut välineet: lyijykynä, viivoitin, pyyhkekumi.

Nimi: _____

Email: _____

Koulu: _____

Opettaja: _____

Tehtävä	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Yht.
Max.	4	4	4	4	4	4	2	4	4	34
Pisteet										

Luokkataso: 7 / 8 / 9

1. Laske:

a. $56 + 32 =$

b. $146 + 75 =$

c. $11 \cdot 13 =$

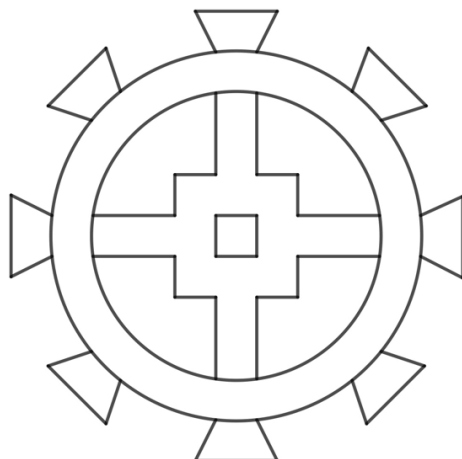
d. $16 : \frac{2}{5} =$

2. Tässä tehtävässä pelkkä vastaus kuvan viereen riittää.

a. Kuinka monta kolmiota on Seychellien lipussa?

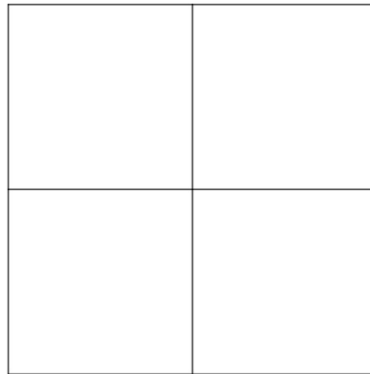


b. Montako suoraa voidaan piirtää kuvaan siten, että molemmat kuvat ovat toistensa peilikuvia?

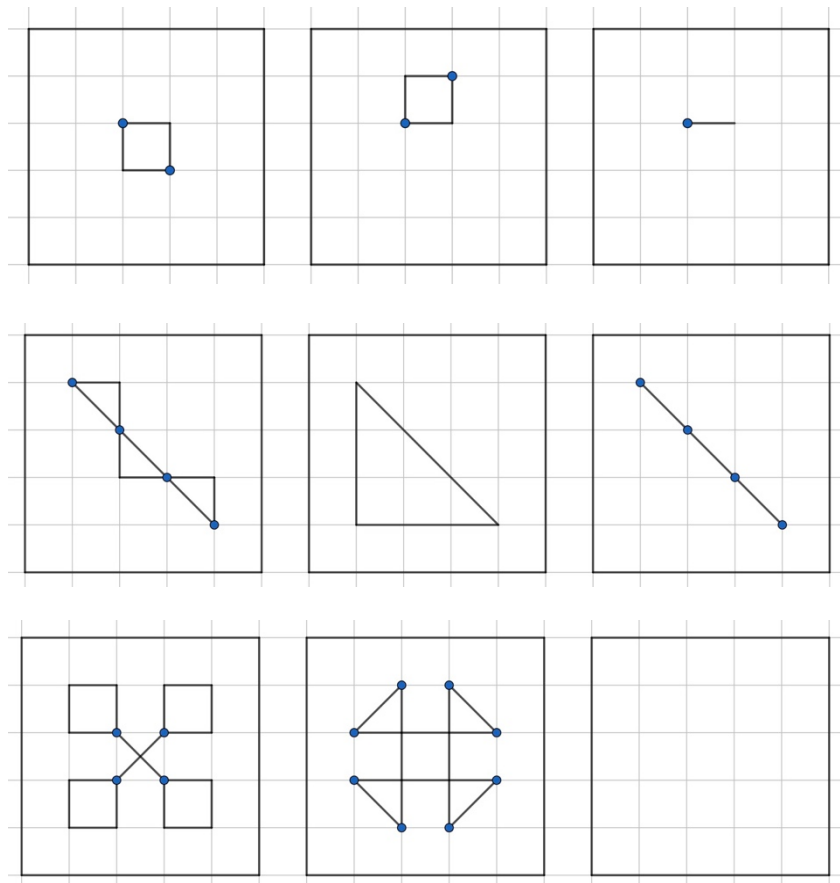


3. Taneli punnitsi 4 desilitraa vehnä jauhoja mittakulhossa ja sai tulokseksi 300 grammaa. Hän toisti mittauksen 6 desilitralle samassa kulhossa ja sai tulokseksi 430 grammaa. Kuinka paljon kulho painaa?

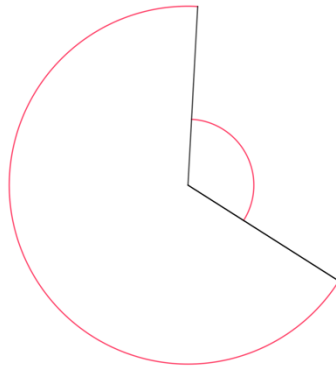
4. Käytössäsi on kolme eri maalia: vihreää, sinistä ja punaista. Tehtävänäsi on maalata laatat niin, etteivät samanväriset laatat ole vierekkäin. Kuinka monella eri tavalla laatat on mahdollista maalata?



5. Allaolevat kuvat noudattavat tiettyä logiikkaa riveittäin. Piirrä viimeiselle riville puuttuva kuvio.



6. Kuvan samankeskisten ympyränkaarien yhteispituus on $\frac{3}{2}\pi$. Ratkaise pienemmän ympyränkaaren säde, kun pienempi keskuskulma on 120 astetta ja suuremman kaaren säde on 1.



7. Luvulla 132 on erityinen ominaisuus: se voidaan ilmaista numeroistaan muodostettujen kaksinumeroisten lukujen summana:

$$132 = 12 + 13 + 21 + 23 + 31 + 32.$$

Etsi toinen kolminumeroinen luku, jolla on tämä ominaisuus.

8. Kuubalaiseksi alkuluvuksi kutsutaan alkulukua, joka on joko muotoa

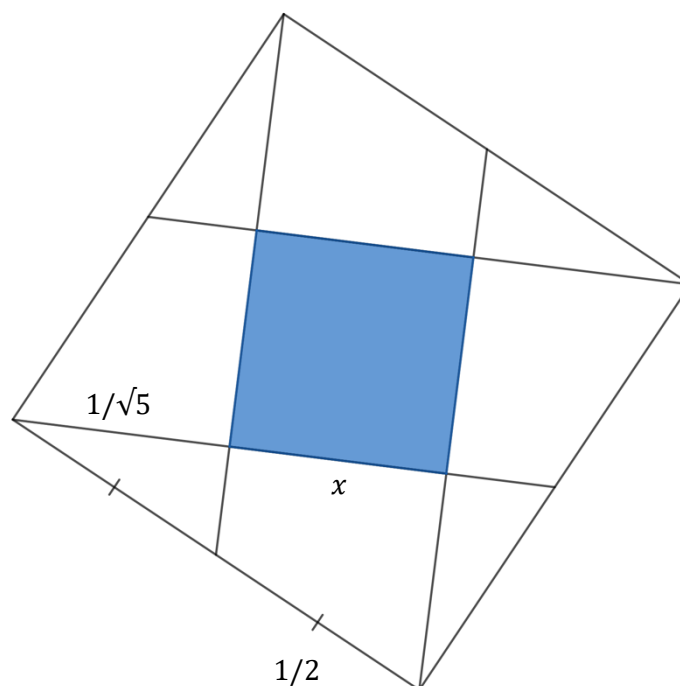
$$3y^2 + 3y + 1, y > 0$$

tai

$$3y^2 + 6y + 4, y > 0.$$

Etsi kaikki lukua 100 pienemmät kuubalaiset alkuluvut.

9. Allaoleva kuvio on saatu yhdistämällä jokainen uloimman neliön kärki janalla erään sivun puoliväliin. Ratkaise sisemmän neliön sivun pituus x kuvan tietojen pohjalta.



Grundskolans matematiktävling

30.9. – 11.10.2019



Provtid 45 minuter. Uppgifterna 1, 2 och 5 svaras på uppgiftspappret. Alla andra uppgifter görs på ett skilt konceptpapper.

Motivera med beräkningsuttryck, ritning eller förklaring. Lämna in detta uppgiftspapper med ditt konceptpapper. Räkna får ej användas. Tillåtna hjälpmedel: blyertspenna, linjal, suddgummi.

Namn: _____

E-post: _____

Skola: _____

Lärare: _____

Uppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Tot.
Max.	4	4	4	4	4	4	2	4	4	34
Poäng										

Årskurs: 7 / 8 / 9

1. Räkna ut:

a. $56 + 32 =$

b. $146 + 75 =$

c. $11 \cdot 13 =$

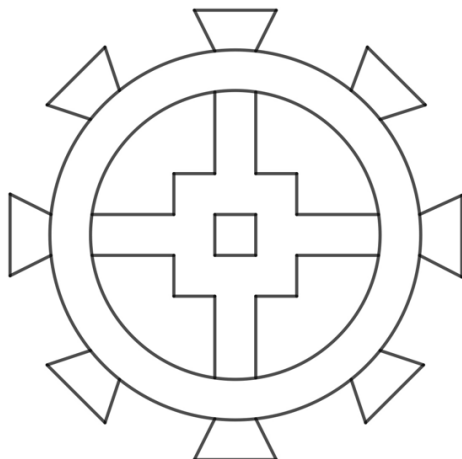
d. $16 : \frac{2}{5} =$

2. I den här uppgiften behövs inga uträkningar. Endast ett svar räcker.

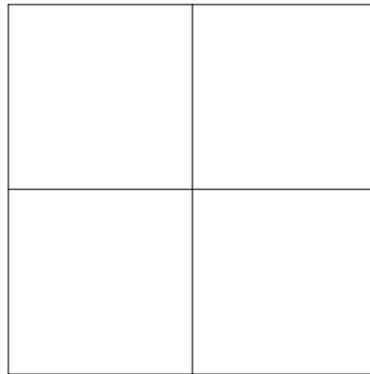
a. Hur många trianglar finns det i Seychellernas flagga?



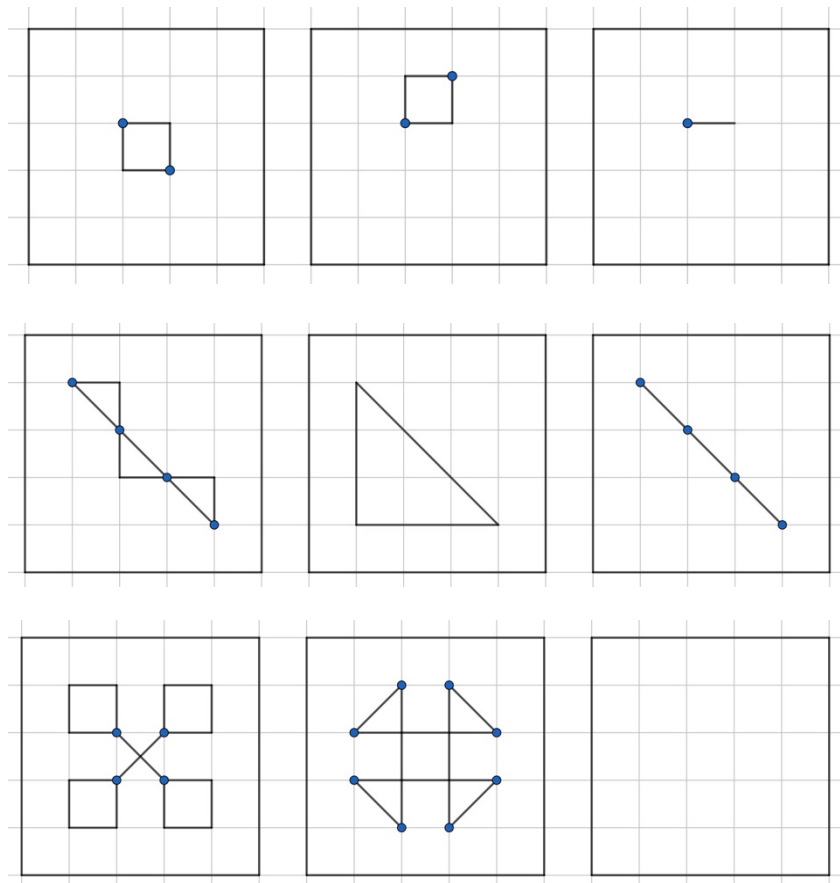
b. Hur många linjer kan man dra genom figuren, så att båda halvorna är varandras spegelbilder?



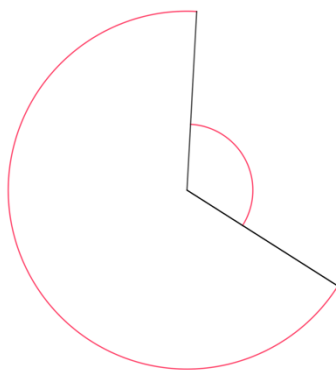
- Daniel vägde 4 deciliter vetemjöl i en skål och fick resultatet 300 g. Han upprepade vägningen med 6 deciliter mjöl i samma skål och fick då resultatet 430 g. Hur mycket vägde skålen?
- Du har tre färger till ditt förfogande: grön, blå och röd. Din uppgift är att måla plattorna så att en platta aldrig finns bredvid en annan platta med samma färg. På hur många olika sätt kan plattorna i figuren målas?



- Figurerna nedan följer en viss logik i varje rad. Rita den sista figuren i den tredje raden.



6. Cirkelbågarna i figuren har samma medelpunkt, och deras sammanlagda längd är $3/2\pi$. Vilken är den mindre cirkelbågens radie, då den mindre medelpunktsvinkeln är 120 grader och den större cirkelbågens radie är 1.



7. Talet 132 är en märklig egenskap: det kan uttryckas som summan av alla tvåsiffriga tal som kan bildas ur talets siffror:

$$132 = 12 + 13 + 21 + 23 + 31 + 32.$$

Hitta ett annat tresiffrigt tal som också har denna egenskap.

8. Ett kubanskt primtal är ett primtal på formen

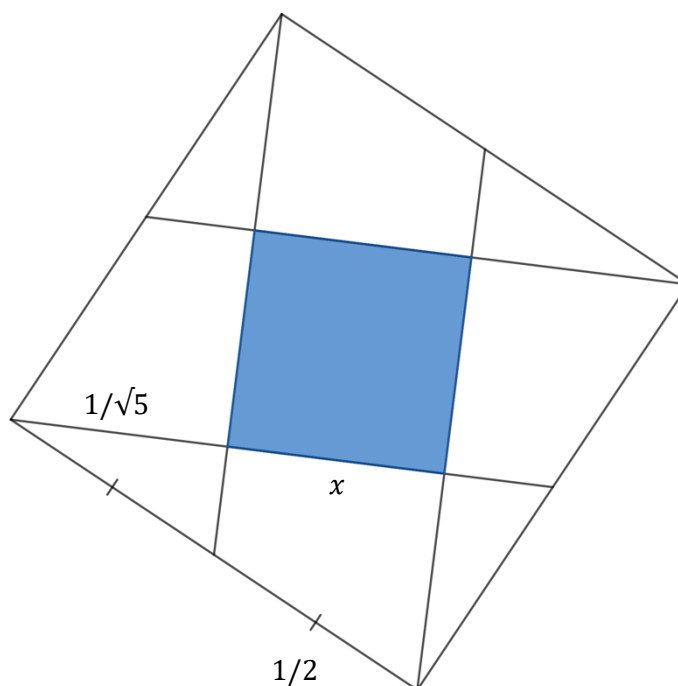
$$3y^2 + 3y + 1, y > 0$$

eller

$$3y^2 + 6y + 4, y > 0.$$

Hitta alla kubanska primtal mindre än 100.

9. Den nedanstående figuren har fått genom att förena den yttre kvadratens hörn med en sidornas mittpunkter. Bestäm den inre kvadratens sida x med hjälp av informationen i figuren.



Mathematics competition in Finnish comprehensive school 30.9. – 11.10.2019

The time allotted is 45 minutes. Using a calculator is not allowed.



You may use a pencil, a ruler, and an eraser. **Remember to show your work:** with figures, in equations or in words. You should write your solutions for tasks 1, 2 and 5 on this paper, and those for the rest on a separate sheet. Hand this paper in.

Name: _____

Email: _____

School: _____

Teacher: _____

Grade: 7 / 8 / 9

Task	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
Max.	4	4	4	4	4	4	2	4	4	34
Points										

1. Find:

a. $56 + 32 =$

b. $146 + 75 =$

c. $11 \cdot 13 =$

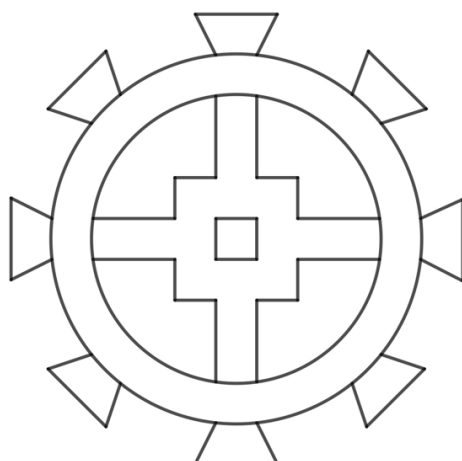
d. $16 : \frac{2}{5} =$

2. In this task, you may give an answer with no work shown.

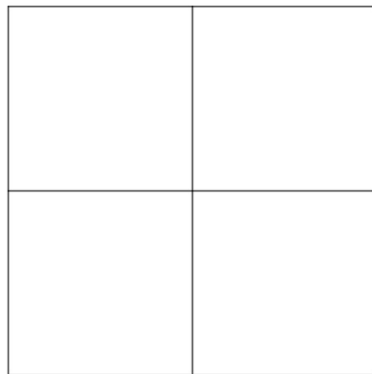
a. How many triangles are there in the flag of Seychelles?



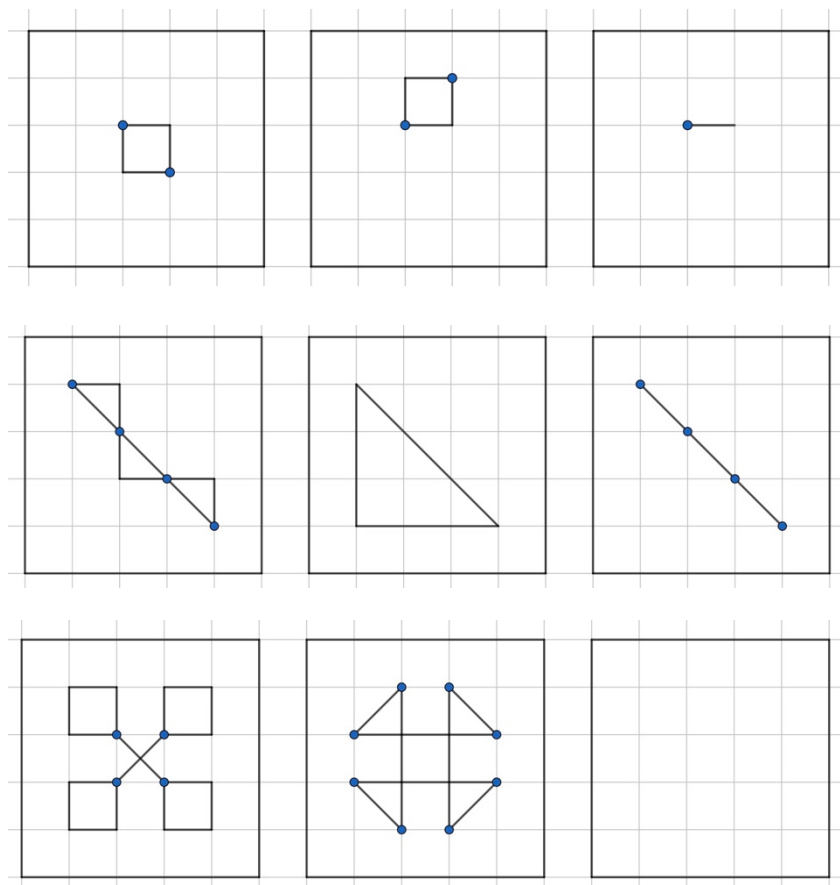
b. How many lines is it possible to draw in the figure below such that both sides of each line are mirror images of each other?



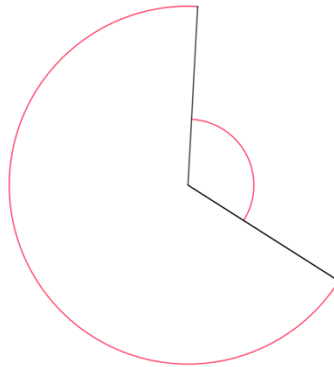
- Dani weighed 4 dl of flour in a bowl, and got 300 g as the result. When he weighed 6 dl in the same bowl, the result was 430 g. Find the weight of the bowl.
- You have green, blue, and red paint at your disposal. If two same-coloured tiles are not allowed to share a side, how many different ways of painting the tiles do you have?



- Each row in the figure below forms a sequence based on a certain set of rules. Find and fill in the missing last element of the last row.



6. The sum of the lengths of the concentric arcs in the figure below is $\frac{3}{2}\pi$. Given that the smaller central angle is 120 degrees and that the radius of the longer arc is 1, find the radius of the shorter arc.



7. The number 132 has a special property: it can be expressed as the sum of the two-digit numbers of its digits:

$$132 = 12 + 13 + 21 + 23 + 31 + 32.$$

Find another three-digit number with the same property.

8. A cuban prime number is a prime number either of the form

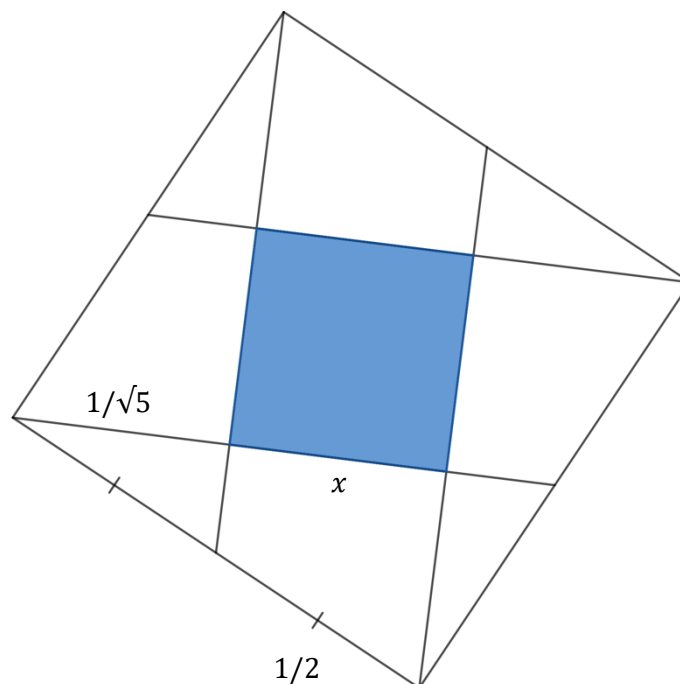
$$3y^2 + 3y + 1, y > 0$$

or of the form

$$3y^2 + 6y + 4, y > 0.$$

Find all cuban primes that are less than 100.

9. By connecting each vertex of the outer square to the midpoint of one of its sides, an inner square is formed. Find the length x of the side of this inner square based on the given information.



Vastaukset ja pisteytysohjeet

1. Laskemistehtävä.

- a. 88 (1p)
- b. 221 (1p)
- c. 143 (1p)
- d. 40 (1p)

2. Kolmio- ja symmetriatehtävä.

- a. Kuusi kolmiota 2p. Muut vastaukset 0p.
- b. 4 symmetria-akselia 2p. Muut vastaukset 0p.

3. Punnitsemistehtävä

2 dl painaa $430 \text{ g} - 300 \text{ g} = 130 \text{ g}$, (1p)

joten 1 dl painaa $130 \text{ g} : 2 = 65 \text{ g}$. (1p)

Kulhon paino saadaan esim. $300 \text{ g} - 4 \cdot 65 \text{ g} = 40 \text{ g}$. (2p)

4. Maalitehtävä.

Tämän tehtävän ratkaisu 18 on löydettävissä brute forcella.

- Systemaattinen lähestymistapa tai selkeät perustelut 4p.
- Systemaattinen lähestymistapa tai selkeät perustelu, mutta 1 puuttuu 3p.
- Systemaattinen lähestymistapa tai selkeät perustelu, mutta 2 puuttuu 2p.
- Systemaattinen lähestymistapa tai selkeät perustelu, mutta 3 puuttuu 1p.
- Systemaattinen lähestymistapa ja selkeät perustelut puuttuvat, mutta vastaus on oikein 2p.
- Systemaattinen lähestymistapa ja selkeät perustelut puuttuvat, ja 1 puuttuu 1p.
- Muussa tapauksessa opettajan harkinnan mukaan enintään 1p.

Samoilla pisteytysperiaatteilla hyväksytään myös 6, mikäli vastauksessa todetaan, että tarkastellut tapaukset voivat ilmetä millä tahansa tehtävänannon kolmesta väristä.

Duplikaateista kertavähennys –1p.

Arviointiesimerkki:

Hyödynnetään symmetriaa. (0,5p) Oletetaan, että vasen yläkulma on punainen ja oikea yläkulma sininen. (0,5p) Nyt on seuraavat vaihtoehdot:

- vasen alakulma vihreä, jolloin oikea alakulma punainen (1p)
- vasen alakulma sininen, jolloin oikea alakulma punainen tai vihreä (1p).

Koska vasemman yläkulman väriä valittaessa on kolme vaihtoehtoa ja tämän kiinnittämisen jälkeen oikean yläkulman värille kaksi vaihtoehtoa, ylläolevan yksittäistapauksen vaihtoehdot kerrottava kuudella (0,5p). Yhteensä siis 18 (0,5p).

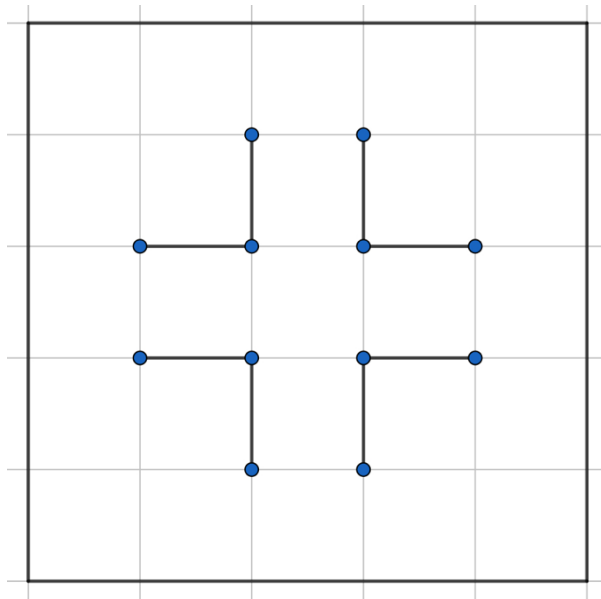
5. Kuvioitehtävä.

Jos vastauksessa kaikki kuvion janat, 2p.

Jos vastauksessa kaikki kuvion täplät, 2p.

Muusta säännön toteuttavasta kuvioista opettajan harkinnan mukaan enintään 4p.

Muussa tapauksessa 0p.



6. Ympyrätehtävä.

- Olkoon pidemmän ympyränkaaren pituus B , ja vastaavasti olkoot lyhyemmän kaaren pituus b ja säde r . Tällöin:

$$B = \frac{240^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{2}{3} \cdot 2\pi = \frac{4}{3} \cdot \pi$$

$$b = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{2}{3} \cdot \pi r$$

Lausekkeista (1p + 1p). Koska $B + b = \frac{3}{2}\pi$, seuraa, että

$$\frac{4}{3} \cdot \pi + \frac{2}{3} \cdot \pi r = \frac{3}{2}\pi$$

eli

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3}r = \frac{3}{2}$$

Yhtälöstä (1p). Siis

$$r = \frac{\frac{3}{2} - \frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$

Vastauksesta (1p).

- Vastaus ilman perusteluja (0p).

7. Lukuun 132 liittyvä tehtävä.

Kolminumeroisesta luvuista ominaisuus on vain luvuilla 132, 264 sekä 396. Toisensa poissulkevasti:

- Ratkaisussa on ainoastaan tarkasteltu jaollisuutta luvuilla 3 tai 11. (0,5p)
- Ratkaisussa on löydetty luku 264 tai luku 396. (1p)
- Ratkaisussa on löydetty luku 264 tai luku 396 sekä osoitettu, että tehtävänannon ominaisuus pätee. (2p)

$$264 = 24 + 26 + 42 + 46 + 62 + 64$$

$$396 = 36 + 39 + 63 + 69 + 93 + 96$$

8. Kuubalaisiin alkulukuihin liittyvä tehtävä.

Koska $y > 0$, riittää käydä läpi tapaukset $y = 1, 2, 3, 4, 5$ kummallekin kaavalle, koska tapaus $y = 6$ antaa näillä lukua 100 suuremman arvon. (1p)

Mikäli sijoituksissa käy laskuvirhe, kertavähennys -1p.

Muotoa $3y^2 + 3y + 1$ olevat alkuluvut:

$$\text{tapaus } y = 1: 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 7 \text{ OK}$$

$$\text{tapaus } y = 2: 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 1 = 19 \text{ OK}$$

$$\text{tapaus } y = 3: 3 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 1 = 37 \text{ OK}$$

$$\text{tapaus } y = 4: 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1 = 61 \text{ OK}$$

$$\text{tapaus } y = 5: 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 = 91 \text{ ei alkuluku}$$

$$\text{tapaus } y = 6 \text{ ylittää } 100$$

Kaikkien vaihtoehtojen läpikäynnistä (1p). Jos yksi puuttuu, annetaan (0,5p). Jos kaksi tai useampi puuttuu, (0p).

Muotoa $3y^2 + 6y + 4$ olevat alkuluvut:

$$\text{tapaus } y = 1: 3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + 4 = 13 \text{ OK}$$

$$\text{tapaus } y = 2: 3 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 + 4 = 28 \text{ ei alkuluku}$$

$$\text{tapaus } y = 3: 3 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + 4 = 49 \text{ ei alkuluku}$$

$$\text{tapaus } y = 4: 3 \cdot 4^2 + 6 \cdot 4 + 4 = 76 \text{ ei alkuluku}$$

$$\text{tapaus } y = 5: 3 \cdot 5^2 + 6 \cdot 5 + 4 = 91 \text{ ei alkuluku}$$

$$\text{tapaus } y = 6 \text{ ylittää } 100$$

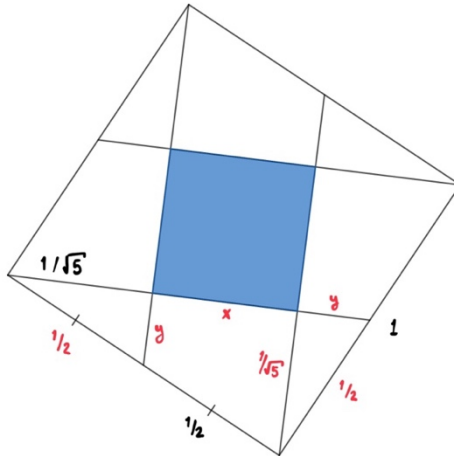
Kaikkien vaihtoehtojen läpikäynnistä (1p). Jos yksi puuttuu, annetaan (0,5p). Jos kaksi tai useampi puuttuu, (0p).

Tehtävänannon toteuttavat siis luvut 7, 19, 37 ja 61. (1p)

Arviointiesimerkkejä:

- Pelkkä vastaus. (1p)
- Vaihtoehdot $y = 1, 2, 3, 4, 5$ käyty läpi, mutta joissakin laskuvirhe. Vastauksessa on eritelty, mitkä saaduista arvoista ovat alkulukuja ja mitkä eivät. (3p)
- Vaihtoehdot $y = 1, 2, 3, 4, 5$ käyty läpi, mutta vastauksessa ei ole eritelty, mitkä arvoista ovat alkulukuja ja mitkä eivät. (3p)

9. Neliötehtävä.



Kuvio muodostuu yhdenmuotoisista suorakulmaisista kolmioista. (1p) Kateettien suhteesta:

$$\frac{y}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{1} \Rightarrow y = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

Yhtälöstä (0,5p) ja oikeasta ratkaisusta (0,5p). Olkoon c hypotenuusan pituus sille kolmiolle, jonka kateettien pituudet ovat 1 ja $\frac{1}{2}$. Tällöin:

$$\frac{c}{1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{5}}} \Rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Yhtälöstä (0,5p) ja oikeasta ratkaisusta (0,5p). Koska

$$c = x + y + \frac{1}{\sqrt{5}}$$

saadaan:

$$x = c - y - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

ja tästä (1p).

Muut ratkaisumallit saman pisteytysperiaatteen mukaan.