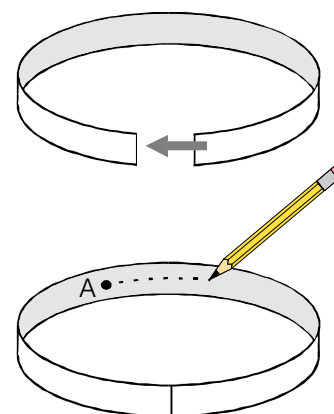


Topologian askartelutehtäviä 1/4: Möbiuksen rengas

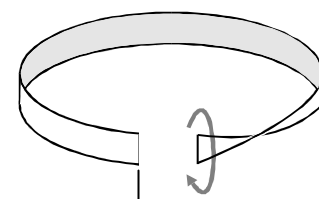
Topologia on matematiikan osa-alue kuten koulumatematiikasta tutummat algebra ja geometriakin. Sen historialliset juuret ovat mittaamisessa, kuten jo sen nimi ”oppi paikasta” sanoo. Kun tavallisessa geometriassa kuvioita ja kappaleita saa siirrellä, käännellä, kutistaa ja laajentaa niin, että kohteen muoto säilyy, niin topologiassa niitä saa lisäksi venyttää ja rypistää mielin määrin, kunhan ei revii eikä tee reikiä. Nämä askartelutehtävät tutustuttavat sinut muutamiin topologian alaan kuuluviin asioihin. Askartelutehtävät on julkaistu aikaisemmin Funktio-lehden numeroissa 1/1978–3/1979.

Välineet: paperia, kynä, sakset, liimaa

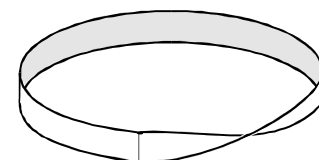
- A.** Leikkaa paperiarkista esimerkiksi noin $3 \cdot 30 \text{ cm}^2$ kokoinen liuska. Taivuta se renkaaksi ja liimaa päät yhteen. Merkitse piste A paperin toiselle puolelle. Piirrä A:sta lähtien viiva renkaan ympäri, kunnes tulet takaisin pisteeseen A. Merkitse piste B paperin toiselle puolelle A:n kohdalle (sille pinnalle, jossa ei ole vielä viivaa). Leikkaa rengas piirtämäsi viivaa pitkin. Mitä saat?



- B.** Leikkaa samanlainen liuska kuin edellä ja taivuta se renkaaksi. Kierrä toista päätä puoli kierrosta ja liimaa päät yhteen. Merkitse piste A ja piirrä keskiviiva kuten edellä. Merkitse piste B paperin toiselle puolelle A:n kohdalle. ?????????? Montako puolta (eli pintaa) tällä renkaalla siis on? Tämä rengas on nimeltään **Möbiuksen rengas**. Leikkaa rengas auki keskiviivaa pitkin. Mitä saat?



- C.** Valmista rengas kiertäen toista päätä koko kierros (siis kaksi puolikierrosta). Piirrä keskiviiva. Montako pintaa tällä renkaalla on? Leikkaa auki keskiviivaa pitkin. Mitä saat?



- D.** Tee samat tutkimukset renkailla, jotka on tehty kiertämällä toista päätä 3, 4 ja 5 kertaa puolen kierroksen verran. Piirrä keskiviiva ja tutki, onko renkailla yksi vai kaksi pintaa. Leikkaa auki keskiviivaa pitkin. Mitä saat? Merkitse tulokset taulukkoon.

Kierroja (puolikierrosta)	Renkaalla pintoja	Rengas leikattuna auki
0	2	kaksi erillistä rengasta
1	1	yksi (kiertynyt) rengas
2		
3		
4		
5		

(Piirtäminen ja leikkaaminen voi helpottua, jos käytät nyt pitempiä liuskoja kuin alussa.)

- E.** Leikkaa kohdissa B ja C saadut renkaat edelleen auki keskiviivaa pitkin. Mitä saat?
- F.** Valmista uusi Möbiuksen lehti. Piirrä sellainen viiva, joka kulkee kolmasosan päässä renkaan reunasta. Leikkaa viivaa myöten. Mitä saat?