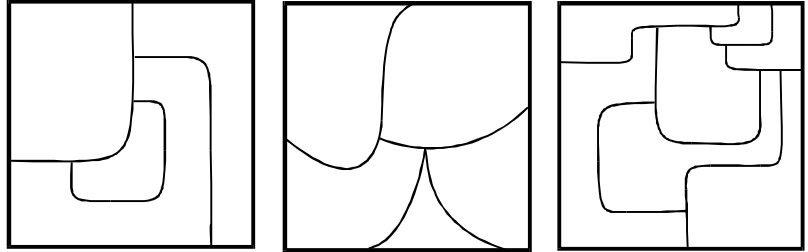


Topologian askartelutehtäviä 3/4: kartan värittäminen

Valtiollisissa kartoissa valtioiden alueet erotetaan värein. Vanhat kartanpiirtäjät huomasivat, että kartan värittämiseen ei tarvita kovinkaan monta eri väriä, sijaitsivatpa valtiot miten tahansa. Tällä kerralla tutkimme topologian värilauseita, jotka vastaavat näihin kartanvärityskysymyksiin.

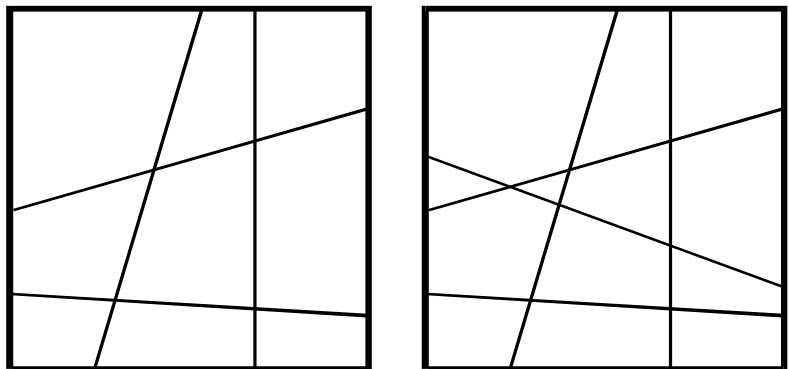
Välineet: värikyniä

- A.** Väritä viereiset kartat niin, että aina kahdella toisiinsa rajoittuvalla alueella on eri sävy. Jos yhteistä rajaa on vain yhdessä pisteessä, niin saa käyttää samaa sävyä.



Yritä selviytyä mahdollisimman vähin sävyin. Merkitse kunkin kartan viereen, kuinka monta sävyä tarvitsit.

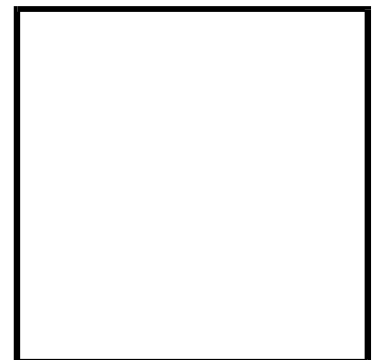
- B.** Yksinkertaisin värilause koskee karttoja, joissa rajat ovat reunoille päättyviä suoria viivoja. Väritä kartat samoin kuin edellä. Muista, että vierekkäisiä eivät ole ne alueet, joilla vain kärjet kohtaavat.



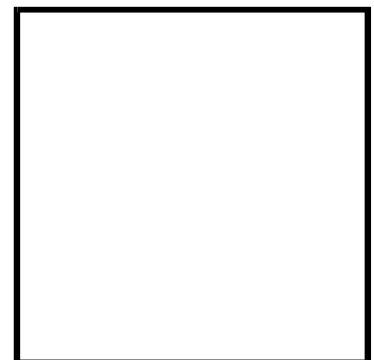
Kuinka monta väriä tarvitaan vasemmanpuoleisessa kartassa? Oikeanpuoleisessa kartassa on yksi rajaviiva enemmän? Kuinka monta väriä tarvitaan nyt? Kuinka monen värin lause näyttää koskevan tällaisia karttoja?

- C.** Piirrä kartta, jonka värittämiseen riittää kolme väriä.
- D.** Piirrä kartta, jonka värittämiseen tarvitaan neljä väriä.
- E.** Piirrä kartta, jonka värittämiseen tarvitaan mahdollisimman monta väriä.

Kuinka monta väriä tarvittiin? _____
Kartan värittämiseen näyttää siis pätevän _____ värin lause.



- F.** Valmista sellainen Möbiuksen rengas, jota tarkasteltiin ensimmäisessä askartelutehtävässä. Piirrä sille kartta, jonka värittämiseen tarvitaan mahdollisimman monta väriä. Montako väriä tarvitaan? Möbiuksen renkaalla näyttää siis pätevän _____ värin lause.



- G.** Kuinka monta väriä tarvitaan enintään pallokartan värittämiseen.
- H.** Kuinka monta väriä tarvitaan enintään toruspinnalla (munkkirinkilällä) olevan kartan värittämiseen?

- B. Suoraviivaiset rajat: kaksi väriä. Kahden värin lause.
- C. Tasolla tarvitaan neljä väriä. Neljän värin lause. Todistettu yleisesti.
- D. Möbiuksen renkaalla tarvitaan kuusi väriä. Todistettu.
- E. Pallolla tarvitaan neljä väriä. Ei todistettu.
- H. Toruksella tarvitaan seitsemän väriä. Todistettu.