

Työpajaideoita – ohje opettajalle

MAOL järjestää valtakunnallisen matematiikkapäivän 5.11.2020. Päivän sisällöksi on ajateltu laaja-alaisiin oppimistavoitteisiin liittyviä työpajoja (MOK). Työpaja on kestoaltaan n. 45 – 75 minuuttia.

Pajan nimi:	Geometriset konstruktiot GeoGebran avulla														
Tekijät:	Inkeri Tuomela ja Juho Kettunen														
Mihin oppiaineisiin paja liittyy, jos liittyy:	Matematiikka, kuvaamataito, tietotekniikka														
Mihin laaja-alaisiin tavoitteisiin paja liittyy:	<table border="1"> <tr> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>Ajattelu ja oppimaan oppiminen (L1)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Kulttuurinen osaaminen, vuorovaikutus ja ilmaisu (L2)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Itsestä huolehtiminen ja arjen taidot (L3)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Monilukutaito (L4)</td> </tr> <tr> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>Tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen (L5)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Työelämätaidot ja yrittäjyys (L6)</td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Osallistuminen, vaikuttaminen ja kestävän tulevaisuuden rakentaminen (L7)</td> </tr> </table>	<input checked="" type="checkbox"/>	Ajattelu ja oppimaan oppiminen (L1)	<input type="checkbox"/>	Kulttuurinen osaaminen, vuorovaikutus ja ilmaisu (L2)	<input type="checkbox"/>	Itsestä huolehtiminen ja arjen taidot (L3)	<input type="checkbox"/>	Monilukutaito (L4)	<input checked="" type="checkbox"/>	Tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen (L5)	<input type="checkbox"/>	Työelämätaidot ja yrittäjyys (L6)	<input type="checkbox"/>	Osallistuminen, vaikuttaminen ja kestävän tulevaisuuden rakentaminen (L7)
<input checked="" type="checkbox"/>	Ajattelu ja oppimaan oppiminen (L1)														
<input type="checkbox"/>	Kulttuurinen osaaminen, vuorovaikutus ja ilmaisu (L2)														
<input type="checkbox"/>	Itsestä huolehtiminen ja arjen taidot (L3)														
<input type="checkbox"/>	Monilukutaito (L4)														
<input checked="" type="checkbox"/>	Tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen (L5)														
<input type="checkbox"/>	Työelämätaidot ja yrittäjyys (L6)														
<input type="checkbox"/>	Osallistuminen, vaikuttaminen ja kestävän tulevaisuuden rakentaminen (L7)														
Pajan kesto:	45 min														
Ensisijainen kohderyhmä															
Välineet:	Tietokone, jossa on GeoGebra Ohjelappu														
Ohjeistus:	<p>Oppilaat tekevät geometrisiä konstruktioita, joihin on ohjeet alla. Oppilaat ensisijaisesti kuitenkin yrittäisivät ensin tehdä itsenäisesti tehtävät ilman ohjeita.</p> <p>Oppilas tekee tehtävät käyttämällä pelkästään näitä työkaluja:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Suora kahden pisteen kautta 2. Ympyrä: keskipiste ja kehän piste 3. Leikkauspisteet 4. Uusi piste 5. Kahden pisteen välinen jana <p>Opettaja näyttää oppilaille alkuasetelmat.</p> <p>Tehtävät:</p> <ul style="list-style-type: none"> • tasasivuisen kolmion piirtäminen, kun kaksi sen kärkipisteistä tunnetaan • annetun janan keskinormaalini piirtäminen • annetun janan keskipisteen löytäminen • annetun pisteen kautta kulkevan normaalin piirtäminen suoralle, joka ei kulje kyseisen pisteen kautta • ympyrän piirtäminen, joka kulkee kolmen annetun pisteen kautta, jotka eivät ole samalla suoralla <p>Tehtäviä on useita, mutta niitä kaikkia ei tarvitse ratkaista, niinpä oppilaat voivat edetä omaa tahtia. Tehtävät etenevät progressiivisesti edellyttäen, että tehtävät tehdään järjestyksessä. Vinkit ja malliratkaisut alla.</p>														
Kuvia kokeilusta															

Malliratkaisut on tehty käyttäen ilmaista GeoGebran geometria 6.0 työpöytäsovellusta. Huomaa, että GeoGebran graafisella laskimella et voi tehdä tarvittavia työn vaiheita.

Tehtäviin on annettu vinkkejä. Vinkit ovat tarkoitettu annettavaksi yksi kerrallaan oppilaalle, jotta hänen olisi helpompi päästä alkuun tehtävissä. Vinkit voi myös monistaa, leikata ja teipata eri puolille koulurakennusta, jolloin tehtävästä saa liikunnallisen, kun oppilaat kiertävät välillä niitä etsimässä.

Tasasivuisen kolmion piirtäminen, kun kaksi sen kärkipisteistä tunnetaan

Vinkit:

- Ympyrät
 - Hyödynnä ympyrä-työkalua niin, että käytät annettuja pisteitä
 - Tarvitset kahta ympyrää
 - Ympyröillä on sama säde
 - Mitä huomaat ympyröiden leikkauspisteiden paikoista?
- Käytä lopuksi Kahden pisteen välinen jana -työkalua

Annetun janan keskinormaalini piirtäminen

Vinkit:

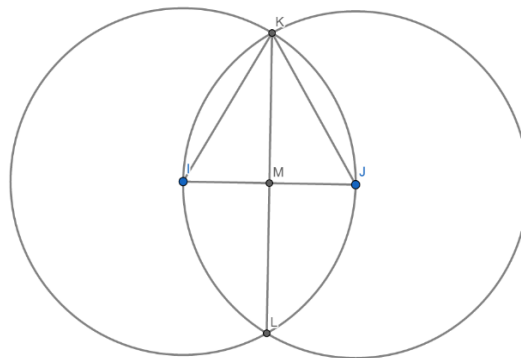
- Ympyrät
 - Hyödynnä ympyrä-työkalua niin, että käytät annettuja pisteitä
 - Tarvitset kahta ympyrää
 - Ympyröillä on sama säde
 - Mitä huomaat ympyröiden leikkauspisteiden paikoista?
- Käytä Kahden pisteen kautta kulkevaa suoraa -työkalua, hyödyntäen ympyrän leikkauspisteitä

Annetun janan keskipisteen löytäminen

Vinkit:

- Teit äsken annetulle janalle keskinormaalini. Mieti keskinormaalini määritelmää ja pohdi, kuinka se liittyy janan keskipisteeseen.
- Ympyrät
 - Hyödynnä ympyrä-työkalua niin, että käytät annettuja pisteitä
 - Tarvitset kahta ympyrää
 - Ympyröillä on sama säde
 - Mitä huomaat ympyröiden leikkauspisteiden paikasta?
- Käytä Kahden pisteen kautta kulkevaa suoraa -työkalua, hyödyntäen ympyrän leikkauspisteitä

<input type="radio"/>	Piste I	⋮
<input type="radio"/>	Piste J	⋮
<input type="radio"/>	$j = \text{Jana } [I, J]$	⋮
<input type="radio"/>	$q = I:n \text{ kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on } J$	⋮
<input type="radio"/>	$r = J:n \text{ kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on } I$	⋮
<input type="radio"/>	Objektien r ja q leikkauspiste → $K = (-18.5, 18)$	⋮
<input type="radio"/>	→ $L = (-18.7, 8.4)$	⋮
<input type="radio"/>	$l = \text{Jana } [K, L]$	⋮
<input type="radio"/>	$m = \text{Jana } [K, I]$	⋮
<input type="radio"/>	$n = \text{Jana } [K, J]$	⋮
<input type="radio"/>	$M = j \text{ ja } l \text{ leikkaus}$	⋮

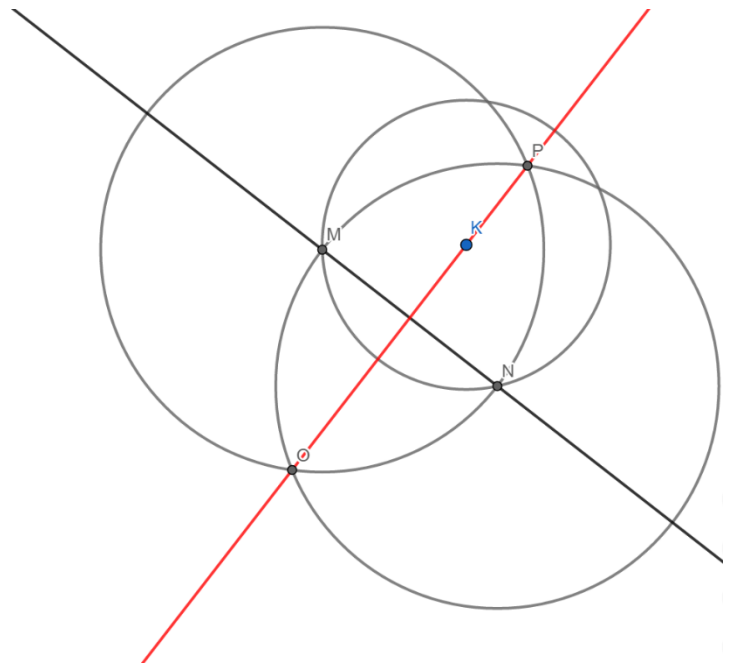


Annetun pisteen kautta kulkevan normaalin piirtäminen suoralle, joka ei kulje kyseisen pisteen kautta

Vinkit:

- Piirrä ympyrä, jonka annettu piste on sen keskipiste ja se leikkaa suoran kahdesta kohtaa. Mieti, kuinka voisit hyödyntää ympyrän ja suoran leikkauspisteitä?
- Piirsit aikaisemmin keskinormaalien janalle. Voisitko hyödyntää edellistä ratkaisua myös tässä tehtävässä?

<input type="radio"/>	$j = \text{Suora } I, J$	⋮
<input type="radio"/>	Piste K	⋮
<input type="radio"/>	Piste L	⋮
<input type="radio"/>	$q = L:n \text{ kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on } K$	⋮
<input type="radio"/>	Objektien q ja j leikkauspiste → $M = (-37.9, 23.2)$	⋮
<input type="radio"/>	→ $N = (-26.7, 14.5)$	⋮
<input type="radio"/>	$r = M:n \text{ kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on } N$	⋮
<input type="radio"/>	$s = N:n \text{ kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on } M$	⋮
<input type="radio"/>	Objektien r ja s leikkauspiste → $O = (-39.9, 9.1)$	⋮
<input type="radio"/>	→ $P = (-24.7, 28.6)$	⋮
<input checked="" type="radio"/>	$l = \text{Suora } P, K$	⋮



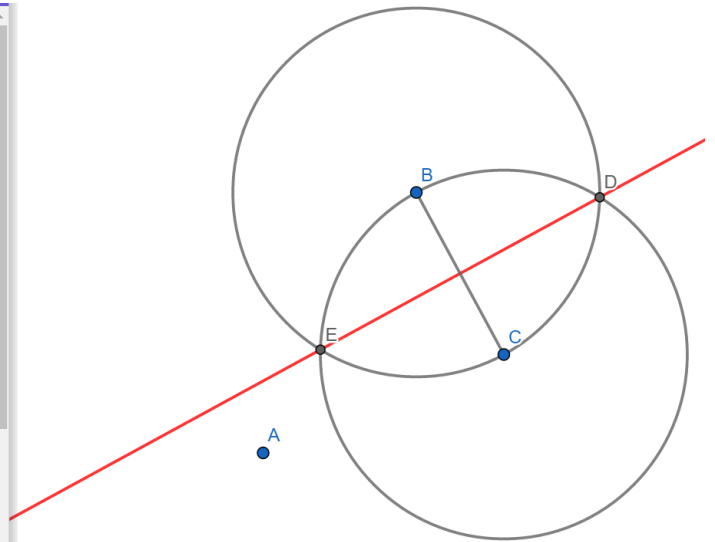
Ensimmäisen ympyrän q täytyy olla niin suuri, että sillä on kaksi leikkauspistettä annetun suoran kanssa.

Ympyrän piirtäminen, joka kulkee kolmen annetun pisteen kautta, jotka eivät ole samalla suoralla

Vinkit:

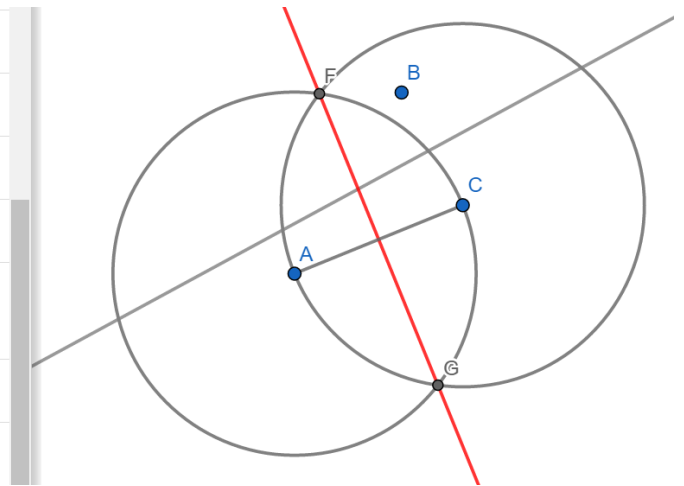
- Sinun tulee muodostaa kaksi keskinormaalaa. Mieti, mihin ne muodostat.
- Keskinormaalit leikkaavat toisensa. Onko tämä leikkauspiste jo hyödyllinen?
- Käytä ympyrä-työkalua niin, että valitset ympyrän keskipisteeksi keskinormaalien leikkauspisteeseen.

<input checked="" type="radio"/>	Piste A	⋮
<input checked="" type="radio"/>	Piste B	⋮
<input checked="" type="radio"/>	Piste C	⋮
<input type="radio"/>	f = Jana [B, C]	⋮
<input type="radio"/>	c = C:n kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on B	⋮
<input type="radio"/>	d = B:n kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on C	⋮
<input type="radio"/>	Objektien c ja d leikkauspiste → D = (2.9, 7.9)	⋮
<input type="radio"/>	→ E = (-2, 5.2)	⋮
<input checked="" type="radio"/>	g = Suora E, D	⋮



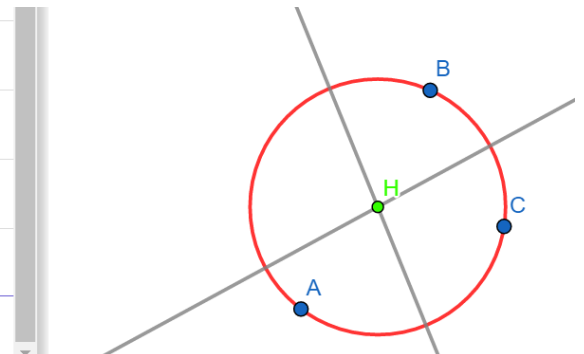
Vaihe 1: Janan BC keskinormaali

<input type="radio"/>	g = Suora E, D	⋮
<input type="radio"/>	h = Jana [A, C]	⋮
<input type="radio"/>	e = C:n kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on A	⋮
<input type="radio"/>	k = A:n kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on C	⋮
<input type="radio"/>	Objektien e ja k leikkauspiste → F = (-2.4, 7.9)	⋮
<input type="radio"/>	→ G = (0.6, 0.6)	⋮
<input checked="" type="radio"/>	i = Suora F, G	⋮



Vaihe 2: Janan AC keskinormaali

<input type="radio"/>	→ G = (0.6, 0.6)	⋮
<input type="radio"/>	i = Suora F, G	⋮
<input checked="" type="radio"/>	H = g ja i leikkaus	⋮
<input checked="" type="radio"/>	p = B:n kautta kulkeva ympyrä, jonka keskipiste on H	⋮
<input type="radio"/>	+ Syöttökenttä...	⋮



Vaihe 3: Keskinormaalien leikkauspiste on halutun ympyrän keskipiste