LUKION FYSIIKKAKILPAILU 8.10.2020

AVOIN SARJA

1. Määritä putoamiskiihtyvyys heilurin avulla.

   välineet: lankaa, ripustustanko, punnus tai muu pieni esine, pituusmitta, sekuntikello

   Esittele vastauksessa koejärjestely sekä mittaustulokset ja niiden käsittely. Vertaa putoamiskiihtyvyydelle saamaasi tulosta taulukkoarvoon ja pohdi mahdollisen poikkeaman syitä.

ratkaisu

Kiinnitetään lanka ripustustankoon ja langan päähän punnus. Näin muodostuneen matemaattisen heilurin pituus mitataan. Heiluri laitetaan heilahtelemaan ja selvitetään sekuntikellolla mittaamalla heilurin jaksonaika eli edestakaisen heilahduksen aika. Jaksonajan mittausvirhettä voidaan pienentää mittaamalla useamman heilahduksen aika ja/tai toistamalla heilahdusajan mittausta.

Toistetaan mittaus eri pituisilla heilurilla.

Matemaattisen heilurin jaksonajan yhtälö on $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Jos graafisen esityksen pystyakselille sijoitetaan jaksonajan neliö ja vaaka-akselille heilurin pituus, kuvaaja on suora, jonka yhtälö on $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l$, jolloin kuvaajan kulmakertoimesta saadaan laskettua arvo putoamiskiihtyvyydelle: $g = \frac{4\pi^2}{kk}$.

Jos arvio putoamiskiihtyvyydelle lasketaan yksittäisestä pituudesta ja jaksonajasta, yhtälöksi saadaan $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.

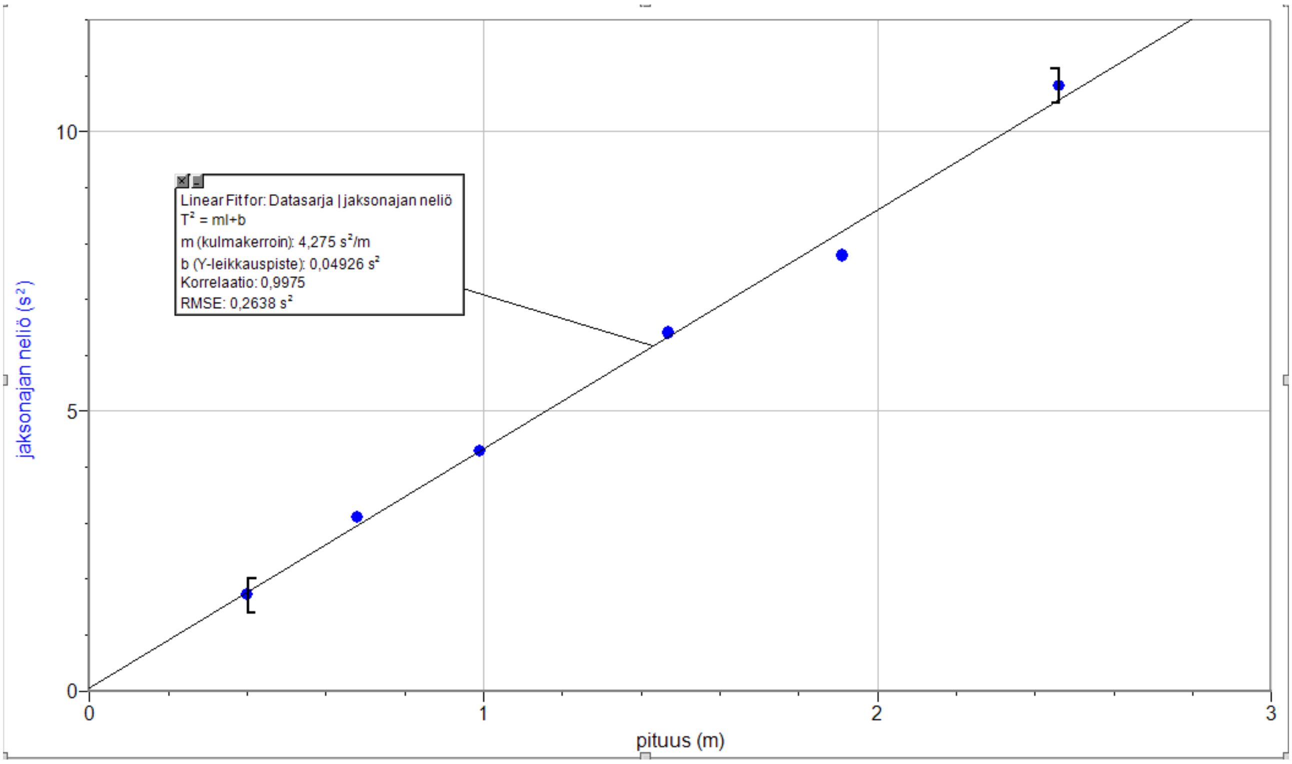
Esimerkkimittauksessa heiluri oli kiinnitetty katossa olevaan koukkuun, jolloin saatiin suuria heilurin pituuksia. Jaksonaika mitattiin kuudella eri pituudella. Jokaisella pituudella heilahdusajan mittaus toistettiin 4-6 kertaa.

	Datasarja		
	pituus (m)	jaksonaika (s)	T^2 (s^2)
1	0,40	1,31	1,716
2	0,68	1,76	3,098
3	0,99	2,07	4,285
4	1,47	2,53	6,401
5	1,91	2,79	7,784
6	2,46	3,29	10,824
7			

Mittaustulokset on esitelty oheisessa taulukossa. Taulukossa oleva jaksonaika on toistomittausten keskiarvo.

Mittaustulokset sijoitettiin l, T^2 -koordinaatistoon ja kuvaajaksi sovitettiin suora.

Suoran kulmakertoimeksi saatiin $kk = 4{,}275\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$ ja putoamiskiihtyvyydeksi $g = \frac{4\pi^2}{4{,}275\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}} \approx \underline{\underline{9{,}23\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$.

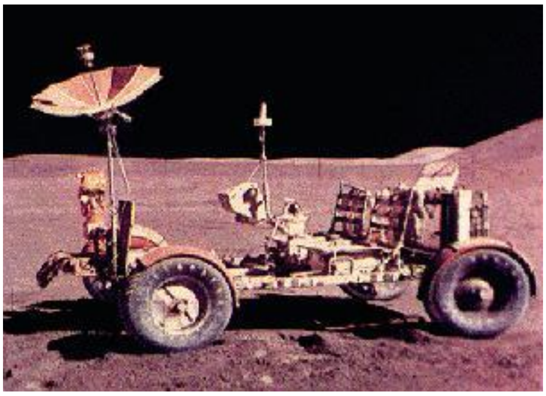


Putoamiskiihtyvyydelle saatu tulos on hieman liian pieni. Syynä voivat olla mittausvirheet. Jos esimerkiksi jaksonajat mitataan liian pitkiksi, kulmakerroin on liian suuri ja siitä laskettu putoamiskiihtyvyys liian pieni. Jaksonaikaa voi pidentää myös ilmanvastus. Lisäksi matemaattisen heilurin jaksonajan yhtälö pätee vain pienillä kulmilla: mittauksessa on saatettu käyttää liian suuria heilahduskulmia.

pisteytys:

idea:	mitataan heilurin pituutta ja jaksonaikaa	2p
	matemaattisen heilurin jaksonajan yhtälö	1p
mitataan yhden kerran jaksonaika yhdellä pituudella		1p
lasketaan pituudesta ja jaksonajasta arvio putoamiskiihtyvyydelle		1p
TAI		
tehdään yhdellä pituudella toistomittauksia jaksonajalle		2p
lasketaan pituudesta ja jaksonajan keskiarvosta arvio putoamiskiihtyvyydelle		2p
TAI		
tehdään jaksonajan mittaus usealle eri pituudelle		3p
lasketaan graafisen esityksen kulmakertoimesta arvio putoamiskiihtyvyydelle		3p
järkevä arvo putoamiskiihtyvyydelle		2p
vertailu taulukkoarvoon		2p
pohdinta		2p

2. Lunar Rover (*kuvassa, engl. Lunar Roving Vehicle*) oli Apollo 15, Apollo 16 ja Apollo 17 -lennoilla käytetty sähkökäyttöinen kuuauto. Kuuauton jokaista neljää pyörää pyöritti oma moottori.
   a) Mikä on suurin nopeus, joka autolla voi periaatteessa olla ajettaessa Kuun pintaa pitkin? Pinta voidaan olettaa paikallisesti pallon pinnaksi. (7 p)
   b) Voitaisiinko a-kohdassa laskettu nopeus käytännössä ylittää niin, että autolla päästäisiin Kuuta kiertävälle radalle? Oletetaan, ettei moottorien teho ole rajoittava tekijä. (3 p)
   c) Mikä on Kuun pyörähdysaika oman akselinsa ympäri? (2 p)
   d) Miksi ja miten taivaankappaleen pyöriminen vaikuttaa sen pinnalla havaittuun putoamiskiihtyvyyteen? (3 p)



kuvalähde:

http://www.astronautix.com/craft/apololrv.htm

ratkaisu

a) Kun kuuauto etenee Kuun pinnalla, se on ympyräliikkeessä. Siihen vaikuttaa gravitaatiovoima G kohti Kuun keskipistettä (radan keskipistettä) ja pinnan tukivoima N ylöspäin. Pinnan normaalin suuntainen liikeyhtälö on

$$G - N = m\frac{v^2}{r}$$

Jos nopeus on riittävän suuri, pinnan tukivoima on nolla ja tämä on rajatapaus sille, että auto pysyy ympyräradalla pinnalla.

$$\gamma\frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

Nopeudeksi saadaan

$$v = \sqrt{\gamma\frac{M}{r}}$$

$$v = \sqrt{6{,}67259 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{7{,}348 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}}{1738200\ \mathrm{m}}} \approx 1432\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 1400\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Voi ratkaista perustellusti riittävän tarkasti myös Kuun putoamiskiihtyvyyden avulla: $\frac{v^2}{r} = g$

pisteytys: Tasainen ympyräliike ja gravitaatiovoima tunnistettu. **2p**. Todettu tukivoiman olevan nolla rajatapauksessa **1p**. Oikea liikeyhtälö **2p**. Nopeuden lauseke ja vastaus **2p**.

b) Nopeuden kasvaessa pinnan tukivoima renkaisiin pienenee. Tällöin autoa kiihdyttävä renkaiden ja pinnan välinen kitka pienenee. **2p**.

Kun nopeus lähestyy irtoamisnopeutta, kitkavoima lähestyy nollaa eikä auton liike kiihdy enempää. **1p**.

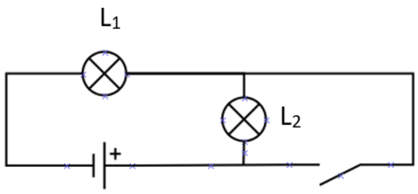
c) Kuun sama puoli on koko ajan kohti Maata, joten Kuu pyörii akselinsa ympäri kerran kuussa. **2p**.

d) Taivaankappaleen pyöriessä ovat sen pinnalla olevat kappaleet tasaisessa ympyräliikkeessä. Kappaleilla on siis kiihtyvyys kohti keskustaa, vaikka ne eivät liikkuisi pinnan suhteen. 1p.

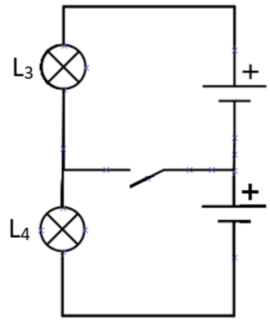
Pyörimisen takia taivaankappaleen pinnalla havaittu / mitattu putoamiskiihtyvyys on pienempi kuin pelkän gravitaatiovuorovaikutuksen aiheuttama kiihtyvyys. Päiväntasaajalla ratanopeus on suurimmillaan, joten pyörimisen vaikutus on suurimmillaan ja putoamiskiihtyvyys saa pienimmän arvonsa. 2p.

3. Kaikki oheisten kytkentöjen lamput ja jännitelähteet ovat identtisiä.
Lisäksi jännitelähteiden sisäinen resistanssi on hyvin pieni.

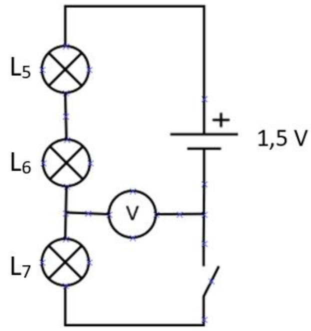
kytkentä 1.



kytkentä 2.



kytkentä 3.



a) Tutki kytkentöjä kaavioiden mukaisissa tilanteissa, joissa kytkimet ovat auki. Mikä tai mitkä lampuista $L_1 - L_7$ palavat kirkkaimmin? Pelkkä lampun numero riittää vastaukseksi. (2 p)
b) Mitä lamppujen kirkkauksille tapahtuu, kun kytkimet suljetaan? Perustele jokainen kytkentä 1.-3. erikseen. (9 p)
c) Tutki vielä kytkentää 3. Mikä on jännitemittarin lukema kuvan tilanteessa? Perustele. (4 p)

ratkaisu

a) Lamput L_3 ja L_4 palavat kirkkaimmin. **2 p**

(Perustelu:
Lampun kirkkaus riippuu sen tehosta. Teho saadaan Joulen lain avulla $P = RI^2$. Kaikki lamput ovat identtisiä, joten samalla sähkövirran suuruudella niiden resistanssit ovat yhtä suuria. Siten pitää tutkia, minkä lampun läpi kulkee suurin sähkövirta. Käytännössä lampun resistanssi kasvaa sähkövirran kasvaessa, mutta järjestyksen pystyy päättelemään, vaikka olettaisi vakioresistanssinkin. Sarjaan kytkettyjen lamppujen läpi kulkee sama sähkövirta, joten lamput ovat kussakin piirissä yhtä kirkkaita.

Kytkennässä 1 sähkövirta on Ohmin lain mukaan $I = \frac{U}{2R}$.
Kytkennässä 2 sähkövirta on $I = \frac{2U}{2R} = \frac{U}{R}$.
Kytkennässä 3 lampussa L_7 ei ole lainkaan sähkövirtaa, kun kytkin on auki. Lampuissa L_5 ja L_6 sähkövirta jää merkityksettömän pieneksi, sillä ne ovat sarjassa suuriresistanssisen jännitemittarin kanssa.

Suurin sähkövirta on kytkennässä 2.)

b) Kytkentä 1.
Kun kytkin suljetaan lamppu L_1 kirkastuu ja lamppu L_2 sammuu. **1 p**
Lamppu L_2 on oikosuljettu, joten sähkövirta lampun kautta on mitättömän pieni (hyv. nolla). **1 p**
Piirin kokonaisresistanssi pienenee, joten lampun L_1 läpi kulkeva sähkövirta kasvaa. **1 p**

Kytkentä 2.
Kun kytkin suljetaan, lamppujen L_3 ja L_4 kirkkaudet eivät muutu. **1 p**
Kytkimen vasemmalla ja oikealla puolella on sama potentiaali jo ennen kytkimen sulkemista, joten kytkimen sulkeminen ei muuta tilannetta. **2 p**
(Potentiaaleja eri kohdissa virtapiiriä voidaan tarkastella Kirchhoffin II lain, $\Sigma\Delta V = 0$, avulla.)

Kytkentä 3.
Kun kytkin suljetaan, lamput syttyvät. **1 p**
Alussa piirissä ei kulje merkittävää sähkövirtaa (hyv. sähkövirta on nolla). (Jännitemittarin resistanssi on hyvin suuri, joten sen kautta sähkövirta on hyvin pieni.) Kun kytkin suljetaan, piiri on suljettu lampun L_7 kautta ja piirissä alkaa kulkea (merkittävä) sähkövirta. **1 p**
Lamppuja on sarjassa kolme, joten sähkövirta piirissä jää pienemmäksi kuin kytkennöissä 1 ja 2. **1 p**

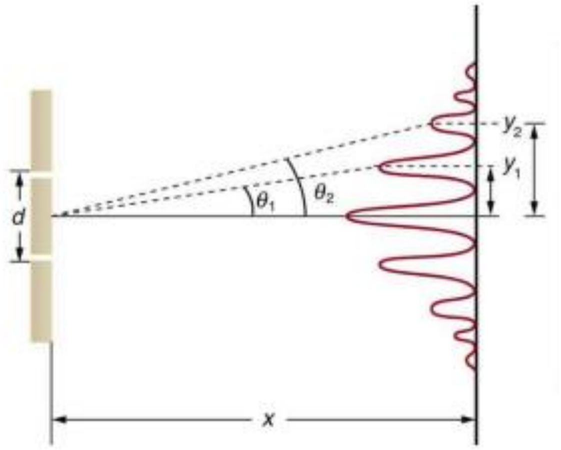
c) Kytkimen ollessa auki sähkövirta piirissä on hyvin pieni (hyv. nolla), ja lamppujen kohdalla potentiaali ei (merkittävästi) muutu. **2 p** Jännitemittarin lukema on 1,5 V. **2 p**

4. Valon diffraktiota tutkittiin violetin laservalon ja hilan avulla. Laservalo suunnattiin kohti liitutaulua, jolle merkittiin laservalon osumakohta. Sen jälkeen laservalon eteen laitettiin hila, jolloin taululla näkyi alkuperäisessä kohdassa olevan violetin pisteen molemmin puolin sarja himmeämpiä violetteja pisteitä. Näiden pisteiden etäisyydet alkuperäisestä valotäplästä mitattiin. Molemmin puolin ensimmäisen etäisyys oli 20,7 cm, toisen 42,3 cm, kolmannen 65,9 cm ja neljännen 93,0 cm.

Selvitä graafista esitystä käyttäen violetin laservalon aallonpituus, kun mittauksessa käytetyssä hilassa on 300 rakoa millimetrillä. Hilan etäisyys taulusta oli 1,674 metriä.

ratkaisu

Merkitään hilan etäisyyttä taulusta x:llä ja diffraktiokuvion sivumaksimin etäisyyttä päämaksimista y:llä. Sivumaksimin suuntakulma on θ.



Sovelletaan hilayhtälöä $d\ \sin\theta = n\lambda$. Jos esitetään matkaero $d\ \sin\theta$ sivumaksimin kertaluvun n funktiona, kuvaajan pitäisi olla suora, jonka kulmakerroin on kysytty valon aallonpituus λ.

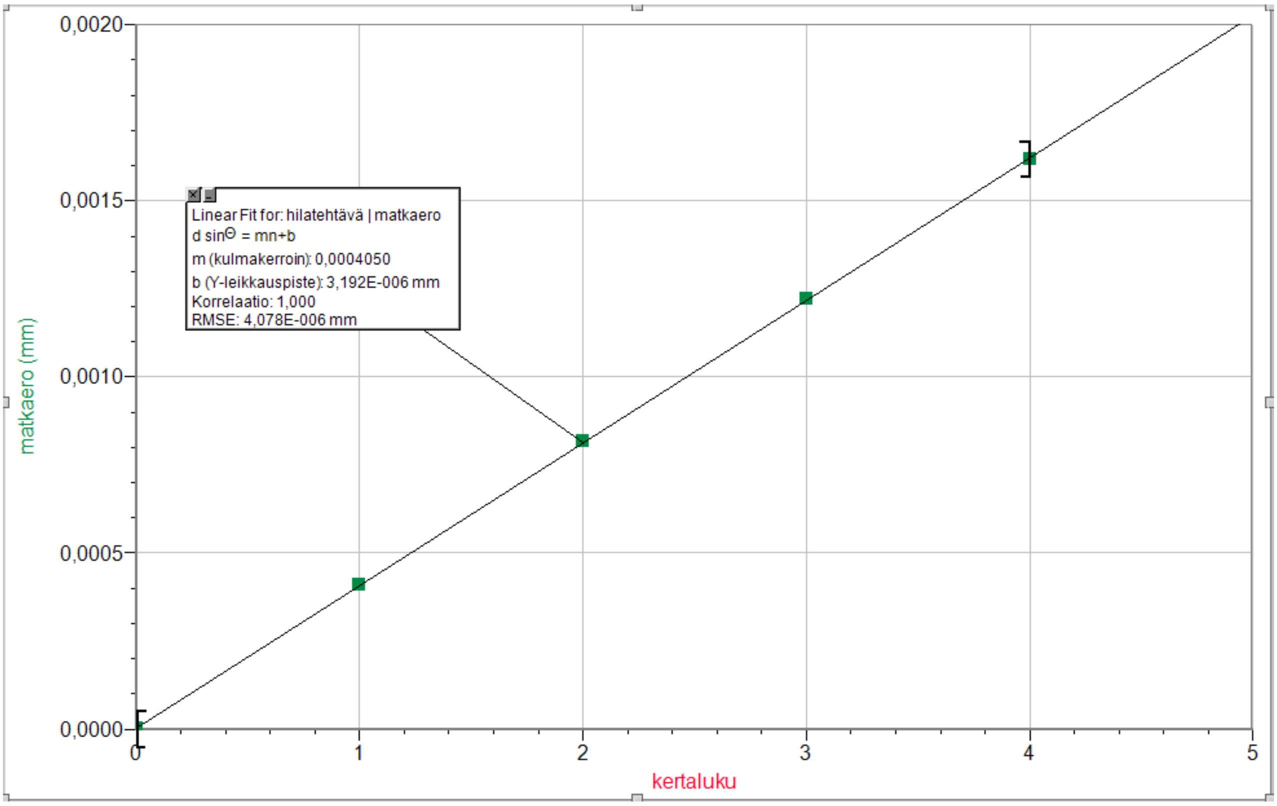
Mittaustuloksista saadaan laskettua suuntakulman sini esimerkiksi vastaisen kateetin ja hypotenuusan suhteena: $\sin\theta = \frac{y}{\sqrt{y^2+x^2}}$. (Vaihtoehtoisesti suuntakulman suuruus voidaan selvittää tangentin avulla: $\theta = \arctan\frac{y}{x}$. Tämän jälkeen kulmista voidaan laskea $\sin\theta$.)

Kahden vierekkäisen raon välimatkaksi eli hilavakioksi saadaan $d = \frac{1\text{ mm}}{300}$. Nyt voidaan laskea matkaero suuntakulman sinin ja rakojen välimatkan avulla.

Taulukko lasketuista arvoista:

	hilatehtävä			
	paikka (cm)	kertaluku	sinΘ	matkaero (mm)
1	0,0	0	0,000000	0,00000000
2	20,7	1	0,122721	0,00040907
3	42,3	2	0,244988	0,00081663
4	65,9	3	0,366306	0,00122102
5	93,0	4	0,485643	0,00161881
6				

Esimerkki sopivasta graafisesta esityksestä:



Kuvaajan kulmakertoimesta saadaan käytetyn violetin valon aallonpituudeksi $\underline{\underline{405\ \mathrm{nm}}}$.

pisteytys:

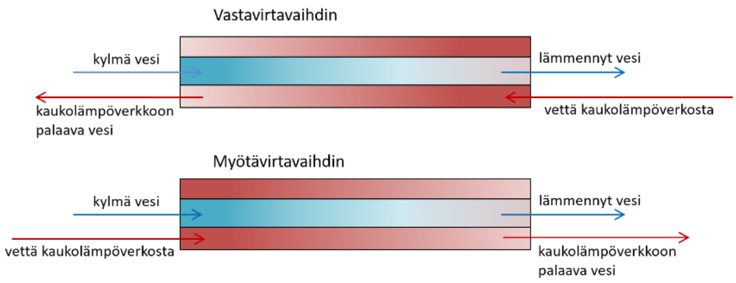
hilayhtälö	3p
tarvittavat arvot graafiseen esitykseen	3p
sopiva graafinen esitys (akseleilla järkevät suureet ja koordinaatistossa mittauspisteet)	3p
oikean kuvaajan sovitus	3p
oikea tulos valon aallonpituudelle kuvaajan yhtälöstä	3p

5. Kaukolämpöverkossa lämpöä siirretään kuuman veden mukana. Lämpö siirtyy kiinteistön sisäiseen lämmitysverkkoon lämmönvaihtimessa. Kiinteistön verkon vesi ei sekoitu kaukolämpöverkon veden kanssa. Ohessa on kaavakuva kahdesta erityyppisestä lämmönvaihtimesta. Kuvassa punainen nuoli ilmaisee kaukolämpöverkon veden kulkusuuntaa ja sininen kiinteistön.

a) Miten vaihtimen putkiston rakenne vaikuttaa lämmön siirtymisen tehoon? Selitä kaksi olennaista seikkaa. (4 p)

b) Rivitalo on kytketty kaukolämpöverkkoon lämmönvaihtimella, jossa lämpöä siirtyy talon sisäiseen lämmitysverkkoon. Pakkaspäivänä lämmönvaihtimen läpi virtaa kaukolämpöverkon vettä keskimäärin 13 litraa minuutissa. Tulevan veden lämpötila on 79,7 °C ja palaavan 71,3 °C. Kuinka monta kilowattituntia kaukolämpöyhtiö laskuttaa taloyhtiöltä kyseiseltä vuorokaudelta? (7 p)

c) Vastavirtavaihtimessa ja myötävirtavaihtimessa veden virtaussuunta poikkeaa toisistaan. Millainen merkitys virtaussuunnalla on lämmityksen kannalta? (4 p)



ratkaisu:

a) Lämpöä siirtyy suurella teholla, jos vaihtimen putkiston materiaalilla on hyvä lämmönjohtavuus ja putket ovat ohutkuorisia. Teho on sitä suurempi, mitä suurempi on veteen kosketuksissa oleva putkiston pinta-ala.

pisteytys: Lämmönjohtavuus ja/tai ohutkuorisuus **2p**. Pinta-ala **2p**

b) Kaukolämpöverkon veden luovuttama lämpömäärä on

$$Q = cm\Delta T \qquad \textbf{2p}$$

Massa tiheyden ja tilavuuden avulla ilmoitettuna

$$m = \rho V \qquad \textbf{1}\text{p}$$

Nyt saadaan

$$Q = c\rho V\Delta T$$

$$Q = 4186\,\frac{\text{J}}{\text{kg °C}} \cdot 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 60 \cdot 24 \cdot 0{,}013\ \text{m}^3 \cdot (79{,}7\ \text{°C} - 71{,}3\ \text{°C}) \approx 658\,240\,000\ \text{J}$$

$$Q \approx 180\ \text{kWh}$$

Oikeat lähtöarvot **2p**. Oikea vastaus **2p**.

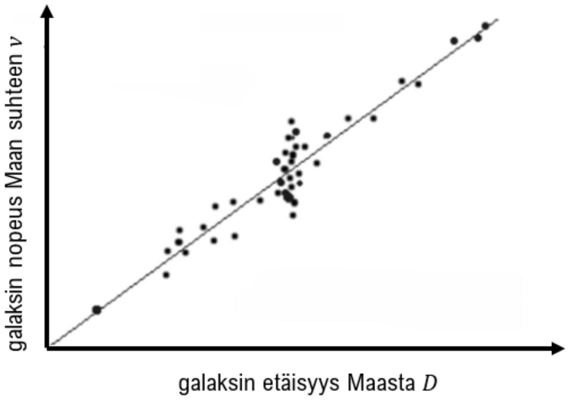
c) Lämpötilaerot tasaantuvat **1p**.
Kaukolämpöverkon vesi jäähtyy ja kiinteistön vesi lämpenee **1p**.
Myötävirrassa veden loppulämpötila on korkeintaan poistuvan kaukolämpöverkon veden lämpötila. **1p**.
Vastavirrassa kiinteistön vesi voi periaatteessa lämmetä kuuman veden alkulämpötilaan asti. **1p**.

LUKION FYSIIKKAKILPAILU 8.10.2020

PERUSSARJA

1. Edwin Hubble havaitsi 1920-luvulla tähtien lähettämän valon punasiirtymästä, että maailmankaikkeus laajenee. Laajenevassa maailmankaikkeudessa kahden avaruuden pisteen välinen etäisyys kasvaa ajan kuluessa. Laajeneminen on avaruuden itsensä ominaisuus, jonka myötä avaruuden mittasuhteet itsessään muuttuvat.

Hubble huomasi myös, että punasiirtymä on suoraan verrannollinen galaksin etäisyyteen: mitä kauempana galaksi on, sitä suuremmalla nopeudella se etääntyy meistä (kuvaaja).



Hubblen lain mukaan galaksin nopeus v meistä saadaan, kun sen etäisyys D kerrotaan Hubblen vakiolla: $v = H_0 D$. Hubblen vakion käänteisluku ilmoittaa milloin kaksi nyt etäisyydellä D olevaa kohdetta ovat olleet samassa pisteessä.

Hubblen vakion suuruudeksi on arvioitu $H_0 \approx 70\ \frac{\frac{km}{s}}{Mpc}$.

Lisätietoa: Yksikkö Mpc eli megaparsek on tähtitieteessä käytetty etäisyyden yksikkö. Parsek on etäisyys, jolta yksi astronominen yksikkö eli Maan keskietäisyys Auringosta näkyy 1/3600 asteen eli yhden kaarisekunnin kulmassa.

a) Miten Hubblen vakio voidaan määrittää oheisesta kuvaajasta? (3 p)
b) Kuinka kaukana meistä on galaksi, jonka punasiirtymä antaa sen nopeudeksi $1{,}42 \cdot 10^7$ m/s? (6 p)
c) Määritä maailmankaikkeuden ikä vuosina Hubblen vakion perusteella. (6 p)

ratkaisu

a) Hubblen vakio on kuvaajan (fysikaalinen) kulmakerroin.

pisteytys: kulmakerroin 3 p

b) $H_0 \approx 70\ {}^{\mathrm{km}}\!/_{\mathrm{s}}\big/_{\mathrm{Mpc}} = 70\,000\ {}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}\big/_{\mathrm{Mpc}}$

$v = H_0 D$, joten $D = \frac{v}{H_0} = \frac{1{,}42\cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{70\,000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\big/\mathrm{Mpc}} = 202{,}857\ \mathrm{Mpc} \approx 200\ \mathrm{Mpc}.$

Hyväksytään myös muiden etäisyyden yksiköiden avulla ilmaistu tulos.

pisteytys: suureyhtälö ratkaistu *D*:n suhteen 3 p, oikea tulos 2 p, oikea pyöristys 1 p

c) Taulukkokirjasta saadaan $1\ \mathrm{pc} \approx 3{,}08568 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m}$
Maailmankaikkeuden ikä voidaan määrittää Hubblen vakion käänteisluvun avulla.

$$T = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{70\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\Big/\mathrm{Mpc}} = \frac{1}{70\ \frac{1000\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}\Big/3{,}08568\cdot 10^{22}\ \mathrm{m}} = \frac{1}{2{,}26854\cdot 10^{-18}\frac{1}{\mathrm{s}}} = 4{,}40811\cdot 10^{17}\ \mathrm{s}$$

$= \frac{4{,}40811\cdot 10^{17}}{3600\cdot 24\cdot 365}\ \mathrm{a} \approx 1{,}4\cdot 10^{10}\ \mathrm{a}$ eli n. 14 miljardia vuotta

pisteytys: pituuden yksiköt osattu supistaa pois 3 p, oikea tulos vuosina 2 p, järkevä pyöristys 1 p

2. Lämpöopin tunnilla tutkittiin erilaisten metalliesineiden kykyä sitoa energiaa. Sakkeli, jonka massa oli 165 g, lämmitettiin vedenkeittimessä kiehuvassa vedessä. Kalorimetriastiaan oli mitattu 216 grammaa vettä, jonka lämpötila oli 23,9 °C. Astian lämpökapasiteetiksi oli määritetty 66 J/°C. Kun kuuma sakkeli upotettiin kalorimetriastiassa olevaan veteen, systeemin loppulämpötilaksi mitattiin 28,9 °C.

kuva: sakkeli

Mikä on mittauksen perusteella sakkelimateriaalin ominaislämpökapasiteetti?

ratkaisu

Oletetaan, että huoneenlämpöinen vesi ja kalorimetriastia vastaanottivat kaiken kuuman sakkelin luovuttaman energian. Lisäksi oletetaan, että kalorimetriastian lämpötila muuttuu yhtä paljon kuin huoneenlämpöisen veden.

Merkitään seuraavasti

vesi: $c = 4{,}19\,\dfrac{\text{kJ}}{\text{kg°C}}$, $m_1 = 0{,}216\ \text{kg}$ ja $\Delta t_1 = 5{,}0\ \text{°C}$ ($t_{alku} = 23{,}9\ \text{°C}$ ja $t_{loppu} = 28{,}9\ \text{°C}$)

sakkeli: $m_3 = 0{,}165\ \text{kg}$ ja $\Delta t_3 = 71{,}1\ \text{°C}$ ($t_{alku} = 100{,}0\ \text{°C}$ ja $t_{loppu} = 28{,}9\ \text{°C}$)

kalorimetriastia: $C = 0{,}066\ \dfrac{\text{kJ}}{\text{°C}}$

Vesi ja kalorimetriastia vastaanottavat energiat Q_1 ja Q_2. Sakkeli luovuttaa energian Q_3.

Saadaan

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$cm_1\Delta t_1 + C\Delta t_1 = c_x m_3 \Delta t_3$$

josta sakkelin ominaislämpökapasiteetti on

$$c_x = \frac{cm_1\Delta t_1 + C\Delta t_1}{m_3\Delta t_3}$$

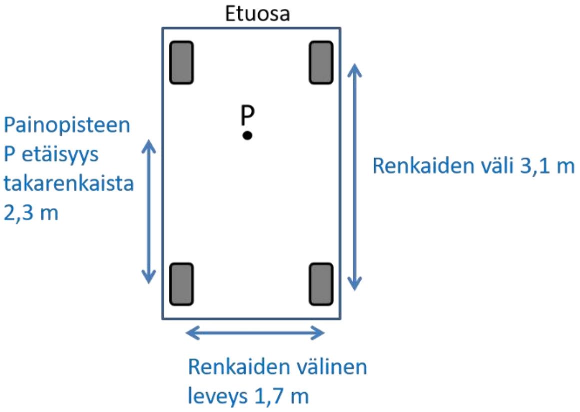
$$= \frac{4{,}19\,\dfrac{\text{kJ}}{\text{kg°C}}\cdot 0{,}216\ \text{kg}\cdot 5{,}0\ \text{°C} + 0{,}066\,\dfrac{\text{kJ}}{\text{°C}}\cdot 5{,}0\ \text{°C}}{0{,}165\ \text{kg}\cdot 71{,}1\ \text{°C}}$$

$$= 0{,}41386\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg°C}}$$

$$\approx 0{,}41\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg°C}} \qquad (\text{MAOL: } c_{teräs} = 0{,}46\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg°C}})$$

pisteytys: oletus luovutettu ja vastaanotettu energia ovat yhtä suuret (tai siirtyneiden lämpömäärien summa on nolla) 2 p, yhtälö 2 p, ratkaistu yhtälö c_x suhteen 3 p, lukuarvot: astian *C* muunnettu kJ/°C (tai kJ/K) tai veden *c* muunnettu J/kg°C (tai J/kg K) 2 p, massat kg:na 1 p ja lämpötilamuutokset oikein päätelty 1 p, oikea tulos 2 p ja pyöristys 2 p

3. Henkilöauton massa on 1 750 kg. Rungon mittasuhteet ja auton painopiste on esitetty kuvassa. Sivusuunnassa painopiste on rungon keskellä. Renkaiden kiinnitykset runkoon ovat keskenään samanlaiset ja kaikki renkaat ovat samassa tasossa.



a) Auto pysäköidään tasaiselle pinnalle kuvan mukaisesti. Laske miten auton paino jakautuu etu- ja takarenkaiden kesken. Anna vastaus prosentteina. (9 p)

b) Mikä merkitys painon jakautumisella on sen kannalta, onko auto etu- vai takavetoinen? Etuvetoisen auton moottori pyörittää eturenkaita ja takavetoisen takarenkaita. (6 p)

ratkaisu

a)

Renkaisiin kohdistuu pinnan tukivoima. Auton paino G kohdistuu painopisteeseen. Eturenkaisiin kohdistuvia tukivoimia voidaan tarkastella yhtenä voimana N_E ja takarenkaisiin kohdistuvia voimia N_T.

Tasapainossa autoon kohdistuva kokonaismomentti on nolla.

Momentteja voidaan tarkastella auton takarenkaiden kautta kulkevan akselin suhteen. Paino aiheuttaa momentin positiiviseen kiertosuuntaan. Eturenkaisiin kohdistuva tukivoima aiheuttaa vastakkaissuuntaisen momentin. Merkitään renkaiden välistä pituutta $r = 3{,}1\ \mathrm{m}$, painopisteen etäisyyttä takarenkaista $r_T = 2{,}3\ \mathrm{m}$ ja painopisteen etäisyyttä eturenkaista $r_E = 0{,}8\ \mathrm{m}$.

$$M_G - M_{N_E} = 0$$

$$Gr_T - N_E r = 0$$

$$N_E = \frac{r_T}{r} G = \frac{2{,}3\ \mathrm{m}}{3{,}1\ \mathrm{m}} G \approx 0{,}74\ G$$

Newtonin II lain perusteella takarenkaiden tukivoima on $N_T = G - N_E = G - 0{,}74\ G = 0{,}26\ G$

Vaihtoehtoisesti voidaan tarkastella momentteja eturenkaiden kautta kulkevan akselin suhteen.

$$M_G - M_{N_T} = 0$$

$$Gr_E - N_T r = 0$$

$$N_T = \frac{r_E}{r} G = \frac{0{,}8\ \mathrm{m}}{3{,}1\ \mathrm{m}} G \approx 0{,}26\ G$$

Eturenkaille kohdistuu 74 % painosta ja takarenkaille 26 %.

pisteytys:

Momenttiehto ilmaistu tai voiman ja vipuvarren merkitys kuvailtu fysikaalisesti 2 p.
Järkevät momenttiyhtälöt tai momenttiyhtälö ja Newtonin 2. lain mukainen yhtälö. 2 x 2 p.
Yhtälöiden ratkaisu 2 p.
Vastaukset prosentteina 1 p.

b)

Renkaisiin kohdistuva suurin mahdollinen kitkavoima on suoraan verrannollinen niiden ja pinnan väliseen tukivoimaan. Tämä pätee sekä renkaiden sutiessa, jolloin kitka on liukukitkaa ($F_\mu = \mu N$), että renkaiden pitäessä, jolloin lepokitka on suurimmillaan ($F_{\mu 0,\mathrm{maks}} = \mu_0 N$).

Suuri kitka mahdollistaa suuren kiihtyvyyden kiihdytyksissä, jarrutuksissa ja käännöksissä.

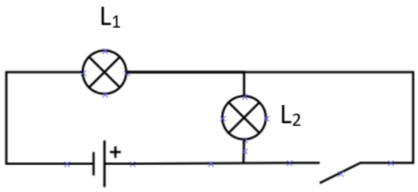
Etuvetoisessa autossa on hyödyllistä, että painopiste on edessä, jolloin vetäviin renkaisiin vaikuttaa suuri tukivoima ja suuri kitka. Takavetoisessa vastaavasti painopisteen olisi hyvä olla takana.

pisteytys:

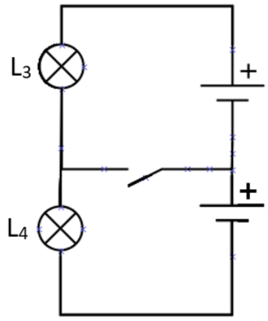
Kitkan maksimiarvon riippuvuus tukivoimasta tai painon jakautumisesta. 2 p.
Kitkan merkitys kiihtyvyydelle 2 p.
Johtopäätös painopisteen sijainnista/painon jakautumisesta. 2 p.

4. Kaikki oheisten kytkentöjen lamput ja jännitelähteet ovat identtisiä.
Lisäksi jännitelähteiden sisäinen resistanssi on hyvin pieni.

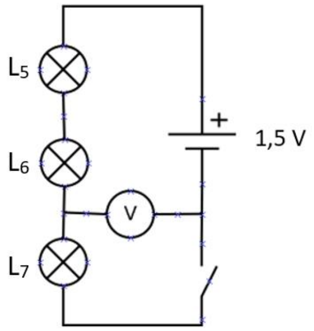
kytkentä 1.



kytkentä 2.



kytkentä 3.



a) Tutki kytkentöjä kaavioiden mukaisissa tilanteissa, joissa kytkimet ovat auki. Mikä tai mitkä lampuista $L_1 - L_7$ palavat kirkkaimmin? Pelkkä lampun numero riittää vastaukseksi. (2 p)

b) Mitä lamppujen kirkkauksille tapahtuu, kun kytkimet suljetaan? Perustele jokainen kytkentä 1.-3. erikseen. (9 p)

c) Tutki vielä kytkentää 3. Mikä on jännitemittarin lukema kuvan tilanteessa? Perustele. (4 p)

ratkaisu

a) Lamput L_3 ja L_4 palavat kirkkaimmin. **2 p**

(Perustelu:
Lampun kirkkaus riippuu sen tehosta. Teho saadaan Joulen lain avulla $P = RI^2$. Kaikki lamput ovat identtisiä, joten samalla sähkövirran suuruudella niiden resistanssit ovat yhtä suuria. Siten pitää tutkia, minkä lampun läpi kulkee suurin sähkövirta. Käytännössä lampun resistanssi kasvaa sähkövirran kasvaessa, mutta järjestyksen pystyy päättelemään, vaikka olettaisi vakioresistanssinkin. Sarjaan kytkettyjen lamppujen läpi kulkee sama sähkövirta, joten lamput ovat kussakin piirissä yhtä kirkkaita.

Kytkennässä 1 sähkövirta on Ohmin lain mukaan $I = \frac{U}{2R}$.
Kytkennässä 2 sähkövirta on $I = \frac{2U}{2R} = \frac{U}{R}$.
Kytkennässä 3 lampussa L_7 ei ole lainkaan sähkövirtaa, kun kytkin on auki. Lampuissa L_5 ja L_6 sähkövirta jää merkityksettömän pieneksi, sillä ne ovat sarjassa suuriresistanssisen jännitemittarin kanssa.

Suurin sähkövirta on kytkennässä 2.)

b) Kytkentä 1.
Kun kytkin suljetaan lamppu L_1 kirkastuu ja lamppu L_2 sammuu. **1 p**
Lamppu L_2 on oikosuljettu, joten sähkövirta lampun kautta on mitättömän pieni (hyv. nolla). **1 p**
Piirin kokonaisresistanssi pienenee, joten lampun L_1 läpi kulkeva sähkövirta kasvaa. **1 p**

Kytkentä 2.
Kun kytkin suljetaan, lamppujen L_3 ja L_4 kirkkaudet eivät muutu. **1 p**
Kytkimen vasemmalla ja oikealla puolella on sama potentiaali jo ennen kytkimen sulkemista, joten kytkimen sulkeminen ei muuta tilannetta. **2 p**
(Potentiaaleja eri kohdissa virtapiiriä voidaan tarkastella Kirchhoffin II lain, $\Sigma\Delta V = 0$, avulla.)

Kytkentä 3.
Kun kytkin suljetaan, lamput syttyvät. **1 p**
Alussa piirissä ei kulje merkittävää sähkövirtaa (hyv. sähkövirta on nolla). (Jännitemittarin resistanssi on hyvin suuri, joten sen kautta sähkövirta on hyvin pieni.) Kun kytkin suljetaan, piiri on suljettu lampun L_7 kautta ja piirissä alkaa kulkea (merkittävä) sähkövirta. **1 p**
Lamppuja on sarjassa kolme, joten sähkövirta piirissä jää pienemmäksi kuin kytkennöissä 1 ja 2. **1 p**

c) Kytkimen ollessa auki sähkövirta piirissä on hyvin pieni (hyv. nolla), ja lamppujen kohdalla potentiaali ei (merkittävästi) muutu. **2 p** Jännitemittarin lukema on 1,5 V. **2 p**

5. Eräällä mikroaaltouunilla on neljä erilaista antotehtoa: 160 W, 350 W, 500 W ja 750 W. Pistorasiaan liitettävän kulutusmittarin avulla voidaan seurata uunin ottotehoa, kun uunia käytetään. Mittarin mukaan uunin ottoteho vaihtelee maksimiarvon 1 240 W ja minimiarvon 39 W välillä. Maksimivaiheessa uuni tuottaa mikroaaltoja, jotka kuumentavat ruokaa, ja minimivaiheessa toiminnassa on vain valaistus, lautasen pyöritys ja tuuletus sekä kello. Täydellä antoteholla uunin ottoteho on koko ajan maksimissa. Kun uunia käytetään pienemmällä teholla, ottoteho on välillä maksimissa ja välillä minimissä.

a) Laske mikroaaltouunin hyötysuhde, kun uunia käytetään maksimiteholla.
b) Kun antoteho on 500 W, mikroaaltouuni toistaa sykliä, jossa uunin ottoteho on maksimissa 14,7 sekunnin ajan ja minimissä 5,6 sekunnin ajan. Laske uunin keskimääräinen ottoteho ja uunin hyötysuhde.
c) Vaikka mikroaaltouunia ei käytetä, uunin kello on koko ajan toiminnassa. Tällöin kulutusmittari antaa ottotehoksi 1,9 W. Sähkön hinta on 12 snt/kWh sisältäen energian, siirron ja verot. Kuinka paljon mikroaaltouunin kellon toiminta tulee maksamaan vuoden aikana?

ratkaisu

a) $\eta = \frac{P_{anto}}{P_{otto}} = \frac{750\text{ W}}{1\,240\text{ W}} \approx 0{,}604\,8 \approx \underline{\underline{0{,}60}}$

b) $P_{otto} = \frac{E_{otto}}{t} = \frac{P_{max}t_{max}+P_{min}t_{min}}{t_{max}+t_{min}} = \frac{1\,240\text{ W}\cdot 14{,}7\text{ s}+39\text{ W}\cdot 5{,}6\text{ s}}{14{,}7\text{ s}+5{,}6\text{ s}} = \frac{18\,446{,}4\text{ J}}{20{,}3\text{ s}} \approx 908{,}690\text{ W} \approx \underline{\underline{909\text{ W}}}$

$\eta = \frac{P_{anto}}{P_{otto}} = \frac{500\text{ W}}{908{,}690\text{ W}} \approx 0{,}550\,2 \approx \underline{\underline{0{,}55}}$

c) $hinta = E \cdot yksikköhinta = Pt \cdot yksikköhinta = 0{,}001\,9\text{ kW} \cdot 365 \cdot 24\text{ h} \cdot 12\,\frac{\text{snt}}{\text{kWh}} = 199{,}728\text{ snt} \approx \underline{\underline{2{,}00\text{ €}}}$

pisteytys

a)

yhtälö: hyötysuhde	2p
hyötysuhteen tulos	1p

b)

yhtälö: energia tehosta ja ajasta	2p
yhtälö: ottoteho energiasta ja kokonaisajasta	2p
ottotehon tulos	2p
hyötysuhteen tulos	1p

c)

hinnan laskutapa	2p
energia oikein kWh:na (tai yksikköhinta muunnettu)	1p
hinnan tulos	2p