



LUKION MATEMATIIKKAKILPAILU 2021

Kilpailussa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa. Tehtävät lähetetään suomen-, ruotsin- ja englanninkielisinä

Lähetättehän **kaikki kilpailusuoritukset** kilpailutyöryhmälle arvioitaviksi. Suorituksia ei tarvitse arvioida kouluissa. Tarkistatthän, että opiskelija on täyttänyt yhteystietolomakkeen ja jokaisessa erillisessä koepapereissa on opiskelijan nimi **selkeästi kirjoitettuina**.

- **Kilpailupäivä:** keskiviikko 6.10.2021, suositus: koe aloitetaan klo 13.00–14.00.
- **Suoritusaika:** 120 minuuttia.
- **Sarjat:**
 - Perussarja: 2005 tai myöhemmin syntyneet
 - Välisarja: 2004 tai myöhemmin syntyneet
 - Avoin sarja: kaikki lukiolaiset
- **Kilpailujen tulostilat** (noin 50 parhaan suorituksen osalta) tulevat joulukuussa MAOL:n verkkosivuille. Lisätietoa: www.maol.fi
- **Loppukilpailuun** kutsutaan perussarjan noin **kolme** parasta, välisarjan noin **kuusi** parasta ja avoimen sarjan noin **kaksitoista** parasta kilpailijaa. (Loppukilpailijoiden määrät voivat kuitenkin hieman vaihdella vuosittain.) Loppukilpailu järjestetään pe-la 21.-22.1.2022 Helsingissä. Loppukilpailussa ei ole sarjajakoa.
- **Tietosuojaseloste:** Kilpailuun osallistuvien (niiden, joiden paperi lähetetään kilpailutoimikunnalle) tulee täyttää **Viopesta löytyvä yhteystietolomake, jolla kilpailija hyväksyy henkilötietojensa käytön Viopessa olevan tietosuojaselosteen mukaisesti**. Kilpailun järjestävä opettaja voi perehdyttää kilpailijat selosteeseen hyvissä ajoin ja yhteystietolomakkeet voi täyttää jo ennen kilpailua tai sen yhteydessä, mikä vain vaikuttaa toimivimmalta. Opettajan kannattaa täyttää omat tietonsa jo ennen lomakkeiden kopiointia.
- **Jatkovalmennus:** Suomen matemaattisen yhdistyksen valmennusjaosto kutsuu eri sarjojen parhaat mukaan matematiikkakilpailuvalmennukseen.
- **Kilpailutehtäväsarjojen rakenne:** Perussarjassa kuusi ensimmäistä tehtävää ja välisarjassa kolme ensimmäistä tehtävää ovat monivalintatehtäviä, joissa on 0 – 4 oikeaa vastausta. Näiden tehtävien vastaukset kirjoitetaan vastauslomakkeen ruudukkoon. Kilpailun järjestävän opettajan toivotaan ennen kilpailun alkua lukevan lomakkeen ohjeen ääneen kilpailijoille. Erityisesti on syytä painottaa, että tyhjä ruutu on tulkinnanvarainen merkintä ja että väärä vastaus merkitään miinusmerkillä. Perussarjan kaksi ja välisarjan kolme viimeistä tehtävää ovat perinteisiä tehtäviä, joiden ratkaisut kirjoitetaan omille papereilleen. Tehtävien pisteytys on kerrottu tehtäväpaperissa. Avoimessa sarjassa on neljä keskenään samanarvoista perinteistä tehtävää.
- **Tehtävien hyödyntäminen:** Vapaa 7.10.2021 alkaen.
- **Ratkaisut ilmestyvät Vioppeen 7.10.2021 klo 12:00 mennessä**
- Jos kilpailija on esimerkiksi karanteenissa tai ei muuten pysty tekemään kilpailua koulussa, ottakaa yhteyttä Anne-Maria Ernvall-Hytöseen poikkeusjärjestelyjen suunnittelemiseksi.
- **Suoritusten postitus:** Viimeinen postituspäivä on perjantai **9.10.2021**. Jos postituksen tai kilpailun järjestelyjen suhteen on ongelmia, ottakaa suoraan yhteyttä kilpailutoimikuntaan anne-maria.ernvall-hytonen@helsinki.fi. Toimikunta ei lunasta riittämättömällä postimaksulla varustettuja kirjeitä.

6.10. Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun perussarja 2021

Tehtäviä on kahdella sivulla; ensimmäiset kuusi tehtävää ovat monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeaa vastausta.

- Maa-alue on lohkottu tonteiksi. 10% tonteista on rantatontteja, joiden hinta neliometriä kohti on 6-kertainen verrattuna tontteihin, joissa ei ole rantaa. Kuinka monta prosenttia koko alueen hinnasta on rantatonttien osuus?
a) Vähintään 30% b) 40% c) 25% d) korkeintaan 30%
- Määritä suorakulmaisen kolmion terävien kulmien puolittajien muodostaman terävän kulman suuruus
a) 30° b) 45°
c) 60° d) ei voi määrittää annetuilla tiedoilla
- Käytettävissäsi on numerot 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Kutakin numeroa saa käyttää kerran. Tehtäväsi on muodostaa kaksi kolminumeroista lukua, joiden summa on 390. Kuinka monella tavalla tämä onnistuu? Summattavien järjestyksellä ei ole väliä.
a) 2 b) 3 c) 4 d) 8
- Huoneen lattia on $6\text{m} \times 8\text{m}$ ja korkeus 3m. Lattian nurkasta vedetään seiiniä ja kattoa pitkin mahdollisimman lyhyt sähköjohto keskelle kattoa. Sen pituus on
a) 10m. b) 8m. c) $< 8\text{m}$. d) 9,5m.
- Kolmekymmentä keskenään samanlaista palloa asetetaan kolmeen laatikkoon. 15 palloa on valkoisia ja 15 mustia. Valitaan umpimähkään jokin laatikoista ja nostetaan sieltä umpimähkään yksi pallo.

- Suurin todennäköisyys nostaa valkoinen pallo on, kun jokaiseen laatikkoon on asetettu viisi valkoista ja viisi mustaa palloa.
- Millään muulla kuin a-kohdan asettelulla ei saada yhtä suurta todennäköisyyttä nostaa valkoista palloa.
- Koska laatikoita on useita, tähän päivään mennessä edes supertietokoneiden avulla ei ole löydetty sellaista pallojen asettelua, joka antaisi suuremman todennäköisyyden saada valkoinen pallo kuin a-kohdan asettelu.
- On olemassa a-kohtaa paremman todennäköisyyden tuottava asettelu saada

valkoinen pallo.

6. Luvut a ja b ovat epänegatiivisia kokonaislukuja. Mitkä ovat luvun $a^4 + b^6 + (a + b)^8$ mahdolliset jakojäännökset neljällä jaettaessa?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

7. Määritellään luvut x_1, x_2, \dots seuraavasti: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, missä $a \neq 0$ ja $a \neq 1$ sekä $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Laske $x_{2021} + x_{2022}$.

8. Kuinka monta sellaista suorakulmaista kolmiota on olemassa, jonka sivut ovat kokonaislukuja sekä hypotenuusa pariton ja korkeintaan 100?

Voit hyödyntää seuraavaa tietoa: Jos a ja b ovat suorakulmaisen kolmion kateetit (a pariton) ja c sen hypotenuusa ja jos ei ole olemassa ykköstä suurempaa kokonaislukua, joka jakaisi luvut a , b ja c , niin on olemassa sellaiset kokonaisluvut m ja n , joilla ei ole ykköstä suurempaa yhteistä jakajaa, ja joiden avulla voidaan kirjoittaa $a = n^2 - m^2$, $b = 2nm$ ja $c = n^2 + m^2$.

6.10.9 Perussarjan monivalinnan
vastauslomake 2021

Perussarjan monivalintatehtävien (6 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 7 ja 8 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 7 ja 8 maksimipistemäärä on 6.

Työaika on 120 minuuttia. Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja. Kirjoita myös tehtävien 7 ja 8 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.

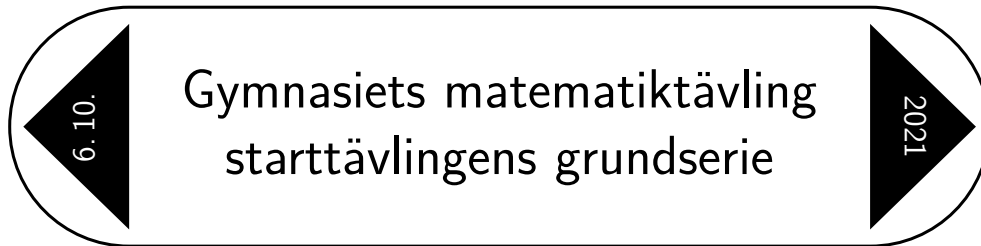
Nimi : _____

Koulu : _____

Kotiosoite : _____

Sähköposti : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				



Det finns uppgifter på två sidor; de sex första uppgifterna är flervalsuppgifter i vilka det finns 0–4 rätta svar.

1. Ett landområde har styckats i tomter. 10% av landområdets area är strandtomter vars pris per kvadratmeter är 6-faldigt jämfört med de tomter som saknar strand. Hur många procent utgör andelen strandtomter av priset för hela området?
a) Minst 30% b) 40% c) 25% d) högst 30%
2. Bestäm den spetsiga vinkeln som uppstår mellan bisektriserna till de spetsiga vinklarna i en rätvinklig triangel.
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) kan inte bestämmas med den givna informationen
3. Du har siffrorna 1, 2, 3, 4, 5 och 6 till ditt förfogande. Var och en av siffrorna får användas endast en gång. Din uppgift är att bilda två tresiffriga tal vars summa är 390. På hur många sätt lyckas du göra det? Termernas ordningsföljd har ingen betydelse.
a) 2 b) 3 c) 4 d) 8
4. Ett rum har måtten $6\text{m} \times 8\text{m}$ och höjden 3m. Från ett hörn vid golvet drar man längs väggar och taket en så kort elledning som möjligt till takets mittpunkt. Längden av ledningen är då
a) 10m. b) 8m. c) $< 8\text{m}$. d) 9,5m.
5. Trettio sinsemellan likadana bollar placeras i tre lådor. 15 bollar är vita och 15 svarta. Sedan väljer man slumpmässigt någon av lådorna och lyfter slumpmässigt upp en boll ur denna låda.
a) Sannolikheten att man lyfter en vit boll är störst om man placerat fem vita och fem svarta bollar i varje låda.
b) Man får inte en lika stor sannolikhet att lyfta en vit boll med någon som helst annan placering än den i a-fallet.
c) Eftersom det finns flera lådor har man tills idag inte ens med hjälp av super-

datorer hittat en annan placering som skulle ge större sannolikhet att lyfta en vit boll än den placering som görs i a-fallet.

d) Det finns en placering som ger större sannolikhet att lyfta en vit boll än placeringen i a-fallet.

6. Talen a och b är icke-negativa heltal. Vilka är de möjliga divisionsresterna när talet $a^4 + b^6 + (a + b)^8$ delas med talet fyra?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

7. Vi definierar talen x_1, x_2, \dots på följande sätt: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, där $a \neq 0$ och $a \neq 1$ samt $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Beräkna $x_{2021} + x_{2022}$.

8. Hur många rätvinkliga trianglar finns det i vilka sidorna är heltal medan hypotenusan är udda och högst 100?

Du kan utnyttja följande information: Om a och b är kateter i en rätvinklig triangel (där a är udda) och c är hypotenusan och om det inte finns ett heltal större än talet ett som delar talen a , b och c , så existerar heltalen m och n vilka inte har en gemensam delare som är större än talet ett och med vilkas hjälp man kan skriva $a = n^2 - m^2$, $b = 2mn$ och $c = n^2 + m^2$.

6. 10. 9

Svarsblankett för flervals-
uppgifterna i grundserien

2021

Grundseriens flervalsuppgifter (de 6 första uppgifterna) besvaras på denna svarsblankett. Svaren till de traditionella uppgifterna 7 och 8 kan skrivas på egna konceptark. Varje flervalsuppgift kan ha 0–4 rätta svar. Beteckna med ett + om svaret är rätt och med ett – om svaret är fel i motsvarande ruta. Rätt tecken ger en poäng medan fel tecken eller ett otydligt tecken ger noll poäng. Maximipoängen i uppgifterna 7 och 8 är 6p.

Provtiden är 120 minuter. **Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.** Skriv även på svarsappren för uppgifterna 7 och 8 tydligt med textbokstäver ned ditt namn och din skola.

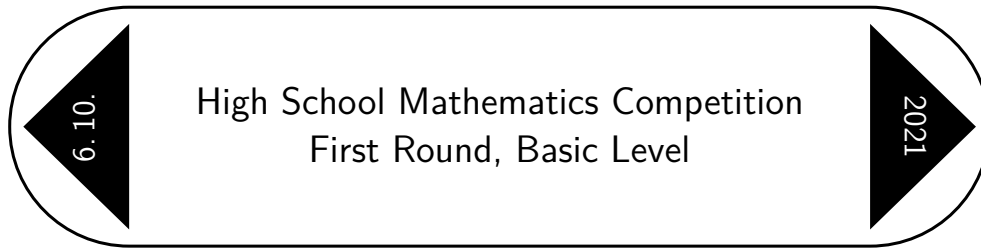
Namn : _____

Skola : _____

Hemadress : _____

E-postadress : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				



The problems are on two pages; the first six problems are multiple choice problems with zero to four correct answers.

1. A piece of land has been dissected into plots. 10% of the area of the plots lies on the seashore, and the price per square meter of these plots is sixfold compared to plots which lie away from the shore. What percentage of the total price of the plots comes from the seaside plots?
a) at least 30% b) 40% c) 25% d) at most 30%
2. Determine the acute angle of intersection of the bisectors of the acute angles of a right triangle.
a) 30°
b) 45°
c) 60°
d) cannot be determined with the given data
3. You can use the digits 1, 2, 3, 4, 5 and 6. Each digit can only be used once. Your task is to form two three-digit numbers with the sum 390. In how many ways can this be achieved? The order of the numbers is disregarded.
a) 2 b) 3 c) 4 d) 8
4. The dimensions of the floor of a room are $6\text{ m} \times 8\text{ m}$ and the height of its ceiling is 3 m. An electrical cord as short as possible is installed along the walls and the ceiling to connect one corner of the floor to the center of the ceiling. Its length is
a) 10 m. b) 8 m. c) $< 8\text{ m}$. d) 9.5 m.
5. Thirty mutually identical balls are put into three boxes. 15 of the balls are white and 15 are black. We choose a box randomly, and then choose randomly a ball from it.
a) The probability of getting a white ball is greatest when each box contains five white and five black balls.
b) No placement of the balls different from that in a) gives us the same probability of getting a white ball.
c) Since there are several boxes, to this day, even with supercomputers, no placement of the balls has been found which would give a greater probability of ob-

taining a white ball than in part a).

d) There exists a placement of the balls giving a larger probability of obtaining a white ball than in a).

6. The numbers a and b are nonnegative integers. What are the possible remainders when the number $a^4 + b^6 + (a + b)^8$ is divided by four?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

7. Let us define numbers x_1, x_2, \dots as follows: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, where $a \neq 0$ and $a \neq 1$, and $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Compute $x_{2021} + x_{2022}$.

8. How many right triangles are there with side lengths that are integers and with an odd hypotenuse not exceeding 100?

You can use the following fact: If a and b are integers and the legs of a right triangle (a odd), if c is an integer and the hypotenuse of the right triangle, and if there is no integer greater than one dividing each of the numbers a , b and c , then there exist integers m and n , with no common divisor greater than one, for which $a = n^2 - m^2$, $b = 2nm$ and $c = n^2 + m^2$.

6.10.9 Basic Level Multiple Choice 2021
Answer Sheet

The first six problems are multiple choice problems. Their answers should be written in the table below. Each multiple choice problem has 0 to 4 correct answers. Put a "+" to the appropriate square, if the answer is right and a "-" if the answer is wrong. All correct marks give one point and incorrect or unintelligible marks give zero points. The answers to problems 7 and 8 can be written on a separate paper. For each of these problems, a maximum of 6 points is given.

*The time allowed is 120 minutes. **The use of calculators and tables are not allowed.** Please write your name and school with block letters on every paper you return.*

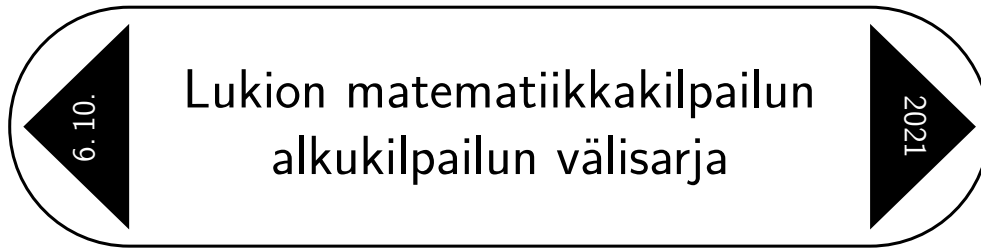
Name : _____

School : _____

Home address : _____

Email : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				



Ensimmäiset kolme tehtävää ovat monivalintatehtäviä, joissa on 0–4 oikeaa vastausta.

- Käytettävissäsi on numerot 1, 2, 3, 4, 5 ja 6. Kutakin numeroa saa käyttää kerran. Tehtäväsi on muodostaa kaksi kolminumeroista lukua, joiden summa on 390. Kuinka monella tavalla tämä onnistuu? Summattavien järjestyksellä ei ole väliä.
a) 2 b) 3 c) 4 d) 8
- Maa-alue on lohkottu tonteiksi. 10% tonteista on rantatontteja, joiden hinta neliömetriä kohti on 6-kertainen verrattuna tontteihin, joissa ei ole rantaa. Kuinka monta prosenttia koko alueen hinnasta on rantatonttien osuus?
a) Vähintään 30% b) 40% c) 25% d) korkeintaan 30%
- Kolmiossa $\triangle ABC$ on $BC = 10$, ja lisäksi kulman $\angle BAC$ puolittaja leikkaa sivun BC pisteessä D . Näin syntyvien kolmioiden $\triangle ABD$ ja $\triangle ACD$ alat ovat kumpikin suuruuksiltaan 30. Mitkä seuraavista väitteistä ovat välttämättä tosia?
a) $AD \perp BC$. b) $AD = 12$.
c) $AB = AC$. d) Kolmion $\triangle ABC$ piiri on 34.
- Piirretään ympyrä ja kaksi säännöllistä kuusikulmiota. Pienemmän kuusikulmion kärjet ovat ympyrän kehällä. Suuremman kuusikulmion sivut taas sivuavat ympyrää. Määritä suuremman kuusikulmion pinta-alan suhde pienemmän kuusikulmion pinta-alaan.
- Määritellään luvut x_1, x_2, \dots seuraavasti: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, missä $a \neq 0$ ja $a \neq 1$ sekä $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Määritä luvun a arvo, kun $x_{2021} + x_{2022} = 1$.
- Etsi kaikki funktiot $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, joilla on se ominaisuus, että

$$f(xf(y)) + f(x)f(y) = xy$$

kaikilla positiivisilla reaalityyppisillä x ja y .

6.10. 2021

Välisarjan monivalinnan vastausslomake

Välisarjan monivalintatehtävien (3 ensimmäistä tehtävää) vastaukset palautetaan tällä lomakkeella; perinteisten tehtävien 4, 5 ja 6 ratkaisut voi kirjoittaa erillisille vastausarkeille. Kussakin monivalintatehtävässä voi olla 0–4 oikeata vastausta. Merkitse vastaavaan ruutuun +, jos vastaus on oikea, ja –, jos vastaus on väärä. Oikeasta merkinnästä saa pisteen, väärästä tai tulkinnanvaraisesta merkinnästä saa nolla pistettä. Tehtävistä 4, 5 ja 6 maksimipistemäärä on 6.

*Työaika on 120 minuuttia. **Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.** Kirjoita myös tehtävien 4, 5 ja 6 vastauspapereihin selvästi tekstaten oma nimesi ja koulusi.*

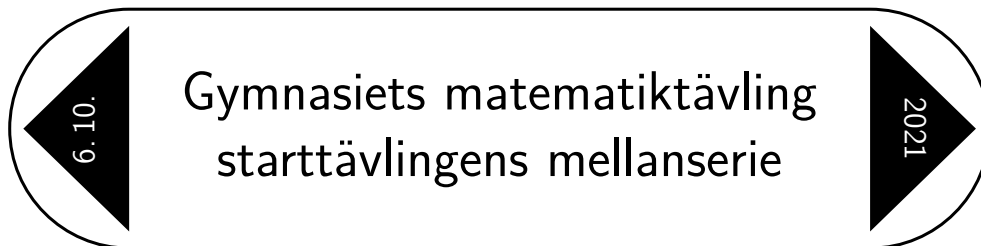
Nimi : _____

Koulu : _____

Kotiosoite : _____

Sähköposti : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				



De tre första uppgifterna är flervalsuppgifter i vilka det finns 0–4 rätta svar.

1. Du har siffrorna 1, 2, 3, 4, 5 och 6 till ditt förfogande. Var och en av siffrorna får användas endast en gång. Din uppgift är att bilda två tresiffriga tal vars summa är 390. På hur många sätt lyckas du göra det? Termernas ordningsföljd har ingen betydelse.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 8

2. Ett landområde har styckats i tomter. 10% av landområdets area är strandtomter vars pris per kvadratmeter är 6-faldigt jämfört med de tomter som saknar strand. Hur många procent utgör andelen strandtomter av priset för hela området?

a) Minst 30% b) 40% c) 25% d) högst 30%

3. I triangeln ABC är $BC = 10$ och bisektisen till vinkeln $\angle BAC$ skär sidan BC i punkten D . Då uppstår trianglarna $\triangle ABD$ och $\triangle ACD$ så att båda har arean 30. Vilka av följande påståenden är nödvändigtvis sanna?

a) $AD \perp BC$. b) $AD = 12$.
c) $AB = AC$. d) Omkretsen av triangeln $\triangle ABC$ är 34.

4. Vi ritar en cirkel och två regelbundna sexhörningar. Hörnen i den mindre sexhörningen ligger på randen av cirkeln. Sidorna i den större sexhörningen tangerar cirkeln. Bestäm förhållandet mellan arean av den större sexhörningen och arean av den mindre sexhörningen.

5. Vi definierar talen x_1, x_2, \dots på följande sätt: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, där $a \neq 0$ och $a \neq 1$ samt $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Bestäm värdet av talet a när $x_{2021} + x_{2022} = 1$.

6. Ta reda på alla de funktioner $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, som har den egenskapen att

$$f(x f(y)) + f(x) f(y) = xy$$

för alla positiva reella tal x och y .

6. 10. 9

Svarsblankett för flervals-
uppgifterna i mellanserien

2021

Mellanseriens flervalsuppgifter (de 3 första uppgifterna) besvaras på denna svarsblankett. Svaren till de traditionella uppgifterna 4–6 kan skrivas på egna konceptark. Varje flervalsuppgift kan ha 0–4 rätta svar. Beteckna med ett + om svaret är rätt och med ett – om svaret är fel i motsvarande ruta. Rätt tecken ger en poäng medan fel tecken eller ett otydligt tecken ger noll poäng. Maximipoängen i uppgifterna 4–6 är 6p.

*Provtiden är 120 minuter. **Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.** Skriv även på svarsappren för uppgifterna 4–6 tydligt med textbokstäver ned ditt namn och din skola.*

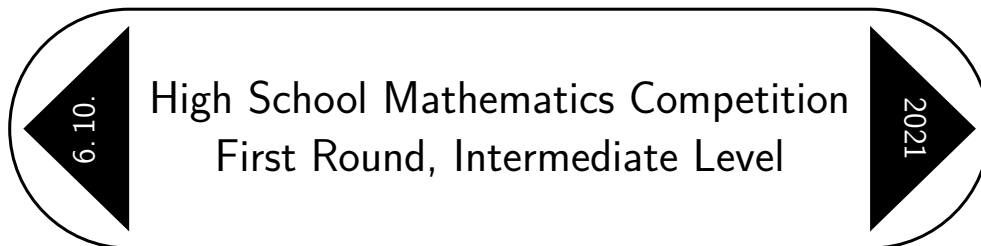
Namn : _____

Skola : _____

Hemadress : _____

E-postadress : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				



The first three problems are multiple choice problems with zero to four correct answers.

1. You can use the digits 1, 2, 3, 4, 5 and 6. Each digit can only be used once. Your task is to form two three-digit numbers with the sum 390. In how many ways can this be achieved? The order of the numbers is disregarded.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 8

2. A piece of land has been dissected into plots. 10% of the area of the plots lies on the seashore, and the price per square meter of these plots is sixfold compared to plots which lie away from the shore. What percentage of the total price of the plots comes from the seaside plots?

a) at least 30% b) 40% c) 25% d) at most 30%

3. In a triangle $\triangle ABC$, we have $BC = 10$, and furthermore, the bisector of the angle $\angle BAC$ intersects the side BC at the point D . The resulting triangles $\triangle ABD$ and $\triangle ACD$ each have an area equal to 30. Which of the following statements are necessarily true?

a) $AD \perp BC$.
b) $AD = 12$.
c) $AB = AC$.
d) The perimeter of the triangle $\triangle ABC$ is 34.

4. We draw a circle and two regular hexagons. The smaller hexagon has each of its vertices on the circle. Each side of the larger hexagon is a tangent of the circle. Determine the ratio of the area of the larger hexagon to the area of the smaller hexagon.

5. Let us define numbers x_1, x_2, \dots as follows: $x_1 = 1 - \frac{1}{a}$, where $a \neq 0$ and $a \neq 1$, and $x_n = 1 - \frac{1}{x_{n-1}}$. Determine a , when $x_{2021} + x_{2022} = 1$.

6. Find all functions $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ such that

$$f(x f(y)) + f(x) f(y) = xy$$

for all positive real numbers x and y .

6. 10. 9 Intermediate Level Multiple Choice 2021
Answer Sheet

The first three problems are multiple choice problems. Their answers should be written in the table below. Each multiple choice problem has 0 to 4 correct answers. Put a + to the appropriate square, if the answer is right and a – if the answer is wrong. All correct marks give one point and incorrect or unintelligible marks give zero points. The answers to problems 4 to 6 can be written on a separate paper. For each of these problems, a maximum of 6 points is given.

*The time allowed is 120 minutes. **Calculators and tables are not allowed.** Please write your name and school with block letters on every paper you return.*

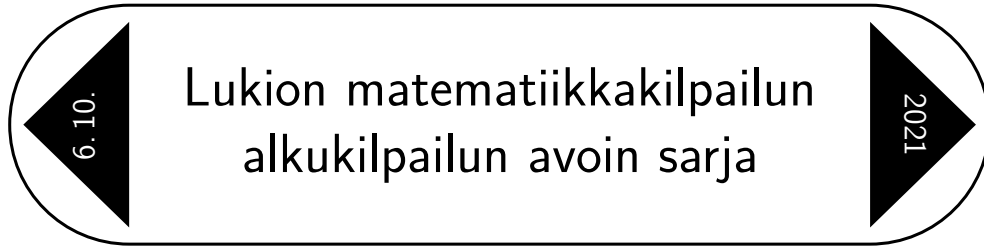
Name : _____

School : _____

Home address : _____

Email : _____

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				



1. Käytettävissäsi on numerot 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ja 8. Kutakin numeroa saa käyttää kerran. Tehtäväsi on muodostaa kaksi nelinumeroista lukua, joiden summa on 4221. Kuinka monella tavalla tämä onnistuu? Summattavien järjestyksellä ei ole väliä.
2. Piirretään ympyrä ja kaksi säännöllistä kuusikulmiota. Pienemmän kuusikulmion kärjet ovat ympyrän kehällä. Suuremman kuusikulmion sivut taas sivuavat ympyrää. Määritä suuremman kuusikulmion pinta-alan suhde pienemmän kuusikulmion pinta-alaan.
3. Etsi kaikki funktiot $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, joilla on se ominaisuus, että

$$f(x f(y)) + f(x) f(y) = xy$$

kaikilla positiivisilla reaaliluvuilla x ja y .

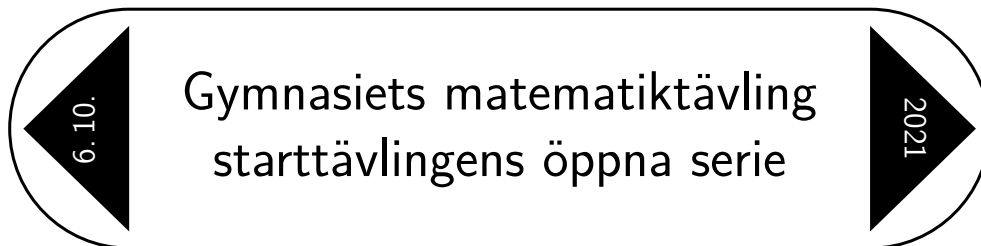
4. Onko yhtälöllä $x^2 + y^3 = z^4$ alkulukuratkaisuja?

Työaika on **120 minuuttia**.

Laskimet ja taulukkokirjat eivät ole sallittuja.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen.

Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).



1. Du har siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 och 8 till ditt förfogande. Var och en av siffrorna får användas endast en gång. Din uppgift är att bilda två fyrsiffriga tal vars summa är 4221. På hur många sätt lyckas du göra det? Termernas ordningsföljd har ingen betydelse.
2. Vi ritlar en cirkel och två regelbundna sexhörningar. Hörnen i den mindre sexhörningen ligger på randen av cirkeln. Sidorna i den större sexhörningen tangerar cirkeln. Bestäm förhållandet mellan arean av den större sexhörningen och arean av den mindre sexhörningen.
3. Ta reda på alla de funktioner $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$, som har den egenskapen att

$$f(x f(y)) + f(x) f(y) = xy$$

för alla positiva reella tal x och y .

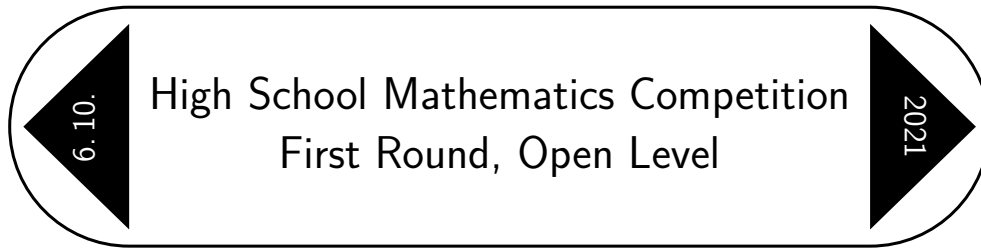
4. Har ekvationen $x^2 + y^3 = z^4$ primtalslösningar?

Tävlingstiden **120 minuter**.

Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.

Utför varje uppgift på en skild sida i ett konceptark.

Texta ditt namn och dina kontaktuppgifter (skolans namn, hemadress och e-postadress) tydligt på provpapperet.



1. You can use the digits 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 and 8. Each digit can only be used once. Your task is to form two four-digit numbers with the sum 4221. In how many ways can this be achieved? The order of the numbers is disregarded.
2. We draw a circle and two regular hexagons. The smaller hexagon has each of its vertices on the circle. Each side of the larger hexagon is a tangent of the circle. Determine the ratio of the area of the larger hexagon to the area of the smaller hexagon.
3. Find all functions $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ such that

$$f(x f(y)) + f(x) f(y) = xy$$

for all positive real numbers x and y .

4. Does the equation $x^2 + y^3 = z^4$ have prime number solutions?

Time allowed: **120 minutes**.

Only writing and drawing equipments are allowed.

No calculators or tables!

Write your solutions of different problems on different sheets.

Mark every sheet with your name and provide contact information (school, your own address and email).