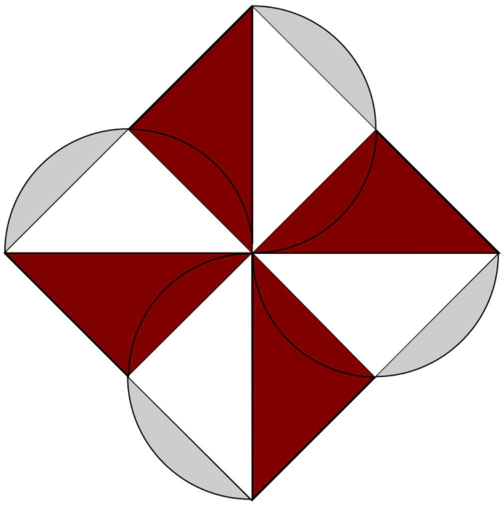
Dimensio PULMASIVUT

MAHTAVAA MATEMATIIKKAA: RATKAISUT

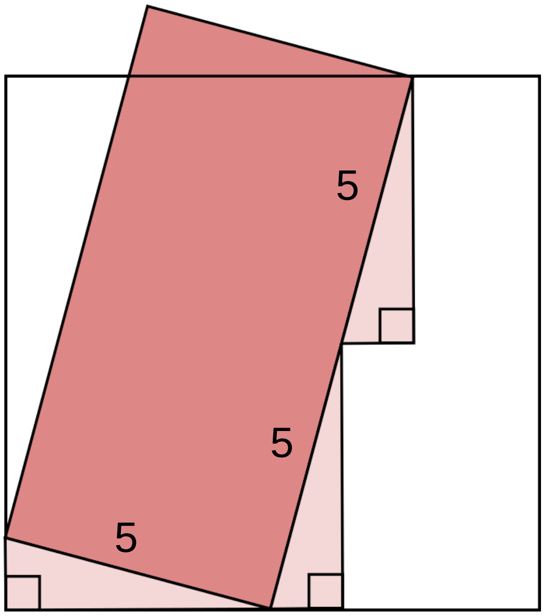
dimensiolehti.fi

Laatinut Tuomo Riekkinen

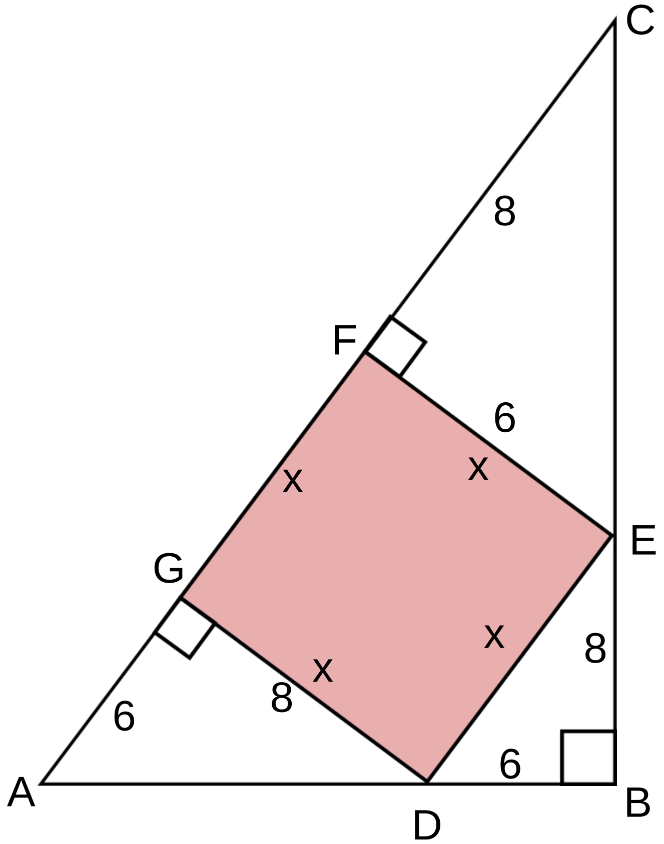
1. Ongelmaan löytyy yksinkertainen ratkaisu. Sivussa oleva ympyräsegmentti voidaan siirtää tasakylkisen kolmion toiselle sivulle, jolloin on helppo havaita, että väritetty pinta-ala on puolet koko neliön pinta-alasta. Koska neliön pinta-ala on 2·2 = 4, niin väritetty pinta-ala on tästä puolet, eli vastaus on 2.



2. Kuviosta on helppo päätellä, että suorakulmio DGH löytyy kahdesti suorakulmion toiselta sivulta. Suorakulmion sivut ovat 5 ja 10, jolloin pinta-ala on 5·10 = 50.



1. Kuviosta löytyy samanmuotoisia kolmioita. Tutkitaan kolmioiden suhdelukuja. Jos AB : BC = 6:8, niin sama suhdeluku löytyy myös: DB : BE, AG : GD ja FE : FC



Jos neliön sivun pituutta GF, FE, GD tai DE merkitään x:llä, niin saadaan verrannot:

AG : GD = 6 : 8. Kun GD = x, niin silloin AG = $\frac{6}{8}x$

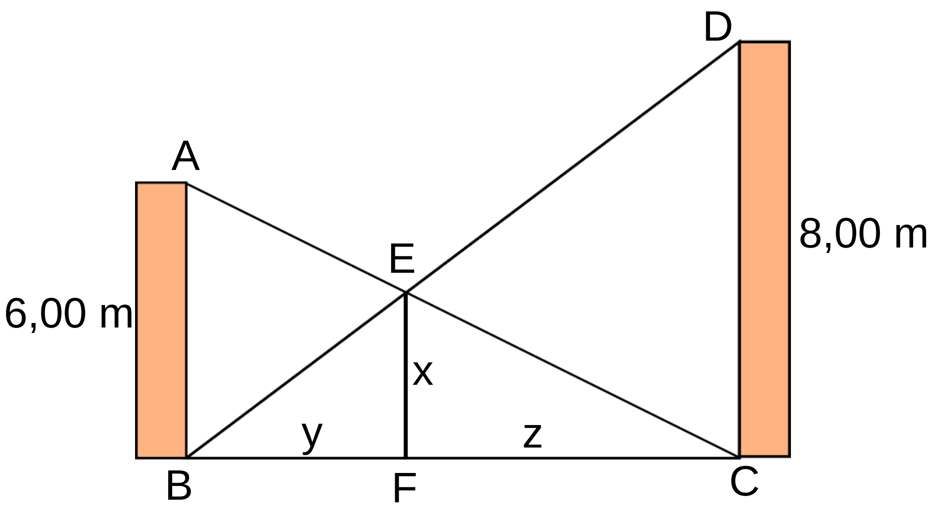
FC : FE = 8 : 6. Kun FE = x, niin silloin FC = $\frac{8}{6}x$

Jos AG + GF + FC = 10, niin silloin voidaan kirjoittaa yhtälö:

2. $\frac{6}{8}x + x + \frac{8}{6}x = 10$, josta x = $\frac{480}{148} = \frac{120}{37}$.

Pinta-ala tällöin: $x^2 = \frac{14400}{1369} \approx 10{,}5$

3. Tehdään ensin kuvaan seuraavat merkinnät



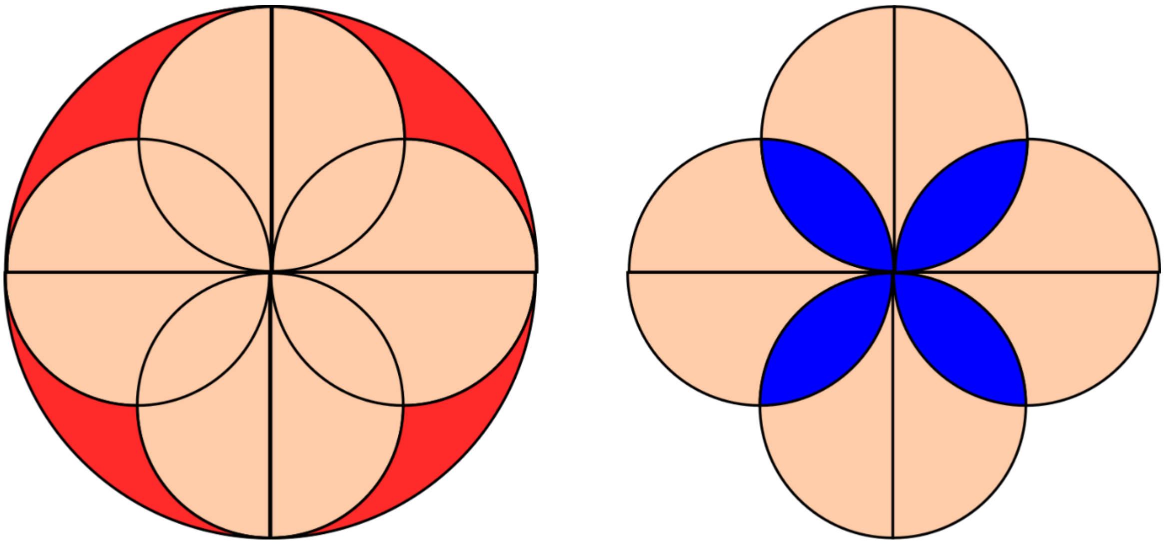
Tehdään verrannot:

$\frac{BC}{DC} = \frac{BF}{EF} \Leftrightarrow \frac{y+z}{8{,}00} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow x(y+z) = 8y$

$\frac{BC}{AB} = \frac{CF}{EF} \Leftrightarrow \frac{y+z}{6{,}00} = \frac{z}{x} \Leftrightarrow x(y+z) = 6z$

Nämä kaksi yhtälöä voidaan yhdistää, jolloin saadaan 8y = 6z $\Leftrightarrow y = \frac{6}{8}z$
Sijoitetaan tämä toiseen yhtälöön, jolloin saadaan:
$x\left(\frac{6}{8}z + z\right) = 6z \Leftrightarrow x\frac{14z}{8} = 6z \Leftrightarrow x = \frac{48z}{14z} = \frac{24}{7} \approx 3{,}42$

4. Täydennetään kuvio ympyräksi. Jos ison ympyrän säde on r, niin ison ympyrän pinta-ala on πr^2. Pienen ympyrän säde on $\frac{r}{2}$, tällöin pinta-ala on $\frac{\pi r^2}{4}$.



Vasemmanpuoleinen kuva: Kokonaispinta-ala on πr^2, kun tästä pinta-alasta vähennetään punainen pinta-ala pois, saadaan: $\pi r^2 - A_p$

Oikeanpuoleinen kuva: Neljän pienen ympyrän pinta-ala yhteensä on $4 \cdot \frac{\pi r^2}{4} = \pi r^2$. Koska ympyrät menevät päällekkäin, niin tästä kokonaispinta-alasta on vähennettävä sininen alue kerran pois. Tällöin saadaan: $\pi r^2 - A_s$

Nyt tehdään oivallus, että jäljelle jääneet pinta-alat ovat samat, koska kuvio on sama eli $\pi r^2 - A_p = \pi r^2 - A_s$, jolloin pätee, että $A_p = A_s$