

Saastaminen_Heikki

1. Heikki säästää joka kuukausi 100 € tilille, jolle maksetaan korkoa 1,2 % p.a. Ota laskuissa huomioon, että korkotulon lähdevero on 30 prosenttia koron määrästä.

Mikä on tilin saldo vuoden kuluttua säästämisen aloittamisesta?

p	i						
1,20 %	0,012						
P_eff	i_effek						
0,84 %	0,84 %						
Heikin talletukset	talletukset kk	Panot (k)	korko R=kit	yhteensä	SALDO		
1	10.06.22	12	100	0,84	100,84	100,84	
2	10.07.22	11	100	0,77	100,77	201,61	
3	10.08.22	10	100	0,7	100,7	302,31	
4	10.09.22	9	100	0,63	100,63	402,94	
5	10.10.22	8	100	0,56	100,56	503,5	
6	10.11.22	7	100	0,49	100,49	603,99	
7	10.12.22	6	100	0,42	100,42	704,41	
8	10.01.23	5	100	0,35	100,35	804,76	
9	10.02.23	4	100	0,28	100,28	905,04	
10	10.03.23	3	100	0,21	100,21	1005,25	
11	10.04.23	2	100	0,14	100,14	1105,39	
12	10.05.23	1	100	0,07	100,07	1205,46	
	10.06.23			5,46	1205,46		

Vastaus: Vuoden kuluttua tilillä on 1205,46 €.

Paljonko tilillä on rahaa 8 vuoden kuluttua säästämisen aloittamisesta?

Vuoden kuluttua säästäminen toimii korkoa korolle periaatteella.

Merkitään, että $K = 1205,46$

korkotekijä on $q = 1 + \frac{0,84}{100} = 1,0084$

Siis $K_{tot} = K + K \cdot q + K \cdot q^2 + \dots + K \cdot q^7$

Geometrisen lukujonon summan mukaisesti:

$$K_{tot} = K \cdot \frac{1 - q^8}{1 - q} = 1205,46 \cdot \frac{1 - 1,0084^8}{1 - 1,0084} \approx 9932,02$$

Vastaus: Heikin säästötilillä on rahaa noin 9932,02 € kahdeksan vuoden kuluttua.

Kuinka kauan Heikin pitää säästää, jotta tilillä olisi rahaa yli 20 000 €?

Tutkitaan:

$$K \cdot \frac{1 - q^8}{1 - q} > 20000$$

$$1205,46 \cdot \frac{1 - 1,0084^8}{1 - 1,0084} > 20000$$

Esimerkiksi Ti-Nspirellä:

$$\text{solve}\left(1205.46 \cdot \frac{1 - (1.0084)^t}{1 - 1.0084} > 20000, t\right)$$
$$t > 15.5975100579$$

Vastaus: Tilillä on rahaa yli 20 000 € vajaan 16 vuoden kuluttua.

Pirkon_obligaatio

2. Pirkko osti 12000 € arvoisen kymmenen vuoden valtion obligaation, jonka korko on 5,7 % p.a., 120 % emissiokurssilla 40 päivää lainan liikkeellelaskun jälkeen. Pääomatulovero on 30 %.

Kuinka paljon Pirkko joutui maksamaan obligaation ostostaan?

Obligaation nimellisarvo: $k = 12000$

korko: $i = 0,057$

Obligaation koron määrä on: $R = kit = 12000 \cdot 0,057 \cdot \frac{40}{365} \approx 74,96$

Emissiokurssin mukainen myyntihinta:

$$K = 1,20 \cdot 12000 = 14400$$

Pirkon maksama ostohinta:

$$H = 14400 + 74,96 = 14474,96$$

Vastaus: Pirkko maksoi sijoituksestaan 14474,96 €.

Mikä on Pirkon sijoituksen korkotuotto obligaation ensimmäiseltä vuodelta?

$$R_1 = 12000 \cdot 0,057 \cdot 0,7 \cdot \frac{325}{365} = 426,33$$

Vastaus: Pirkko sai korkotuottoa obligaation ensimmäiseltä vuodelta noin 426 €.

Mikä on Pirkon sijoituksen korkotuotto koko sijoitusajalta?

$$R_{2-10} = 9 \cdot 12000 \cdot 0,057 \cdot 0,7 = 4309,2$$

Koko korkotuotto:

$$R_{tot} = 426,33 + 4309,2 = 4735,53$$

Vastaus: Pirkon sijoituksen koko korkotuotto on noin 4736 €.

Aleksin joukkovelkakirja

1. Aleksi sijoitti ostamiseen 10000 € pankin kahdeksan vuoden joukkovelkakirjaa 100 päivää liikkeelle laskemisen jälkeen. Joukkovelkakirjan emissiokurssi on 88 % ja korko 6,4 % p.a..Lähdevero on 30 %.

Kuinka suuren osuuden Aleksin sai merkattua joukkovelkakirjasta?

Olkoon x Aleksin merkitsemä joukkovelkakirjan osuus.

$$\text{Tällöin korko: } R = x \cdot 0,064 \cdot \frac{100}{365} = \frac{6,4}{365}x$$

$$\text{Merkintähinta: } K = 0,88 \cdot x$$

$$\text{Nyt } 0,88x + \frac{6,4}{365}x = 10000$$

$$x \approx 11141,64$$

Vastaus: Aleksin sai merkittävää joukkovelkakirjasta 11141,64 € suuruisen osuuden.

Kuinka paljon Aleksin sai korkotuottoa koko sijoitusajalta?

Ensimmäisen vuoden korkotuotto:

$$R_1 = 11141,64 \cdot 0,064 \cdot 0,7 \cdot \frac{265}{365} = 362,39$$

$$R_{2-8} = 7 \cdot 11141,64 \cdot 0,7 \cdot 0,064 = 3494,02$$

$$R_{tot} = 362,39 + 3494,02 \approx 3856,41$$

Vastaus: Aleksin sai korkotuottoa koko ajalta noin 3856,41 €.

Matiaksen_sijoitustili

4. Matias tallettaa sijoitustilille 26000 €. Otetaan huomioon, että korkotulon lähdevero on 30 prosenttia koron määrästä.

Mikä on tilin korkokanta p.a. , jos tilin saldo on 28502 € kuuden vuoden kuluttua?

Olkoon korkotekijä q

Koronkoron periaatteen mukaisesti:

$$26000 \cdot q^6 = 28502$$

$$q^6 = \frac{28502}{26000} \quad | \sqrt[6]{}$$

$$q \approx \pm 1,01543\dots \quad \text{Negatiivinen arvo ei kelpaa.}$$

$$q = 1 + \frac{p}{100} = 1,01543$$

$$p \approx 1,54 \% \quad , \text{ mikä on lähdeverollinen korko:}$$

Alkuperäinen korkokanta on:

$$p_{org} \cdot 0,7 = 1,54$$

$$p_{org} \approx 2,2 \%$$

Vastaus: Tilin korkokanta on noin 2,2 %.

Kuinka monen vuoden kuluttua tilillä on yli 30000 € edellisen kohdan korkokannan mukaisesti?

$$26000 \cdot 1,01543^t \geq 30000$$

Ti-Nspire

$$\text{solve}\left(26000 \cdot (1.01543)^t > 30000, t\right)$$

$$t > 9.34556378291$$

Vastaus: Tilillä on yli 30000 € noin kymmenen vuoden kuluttua.