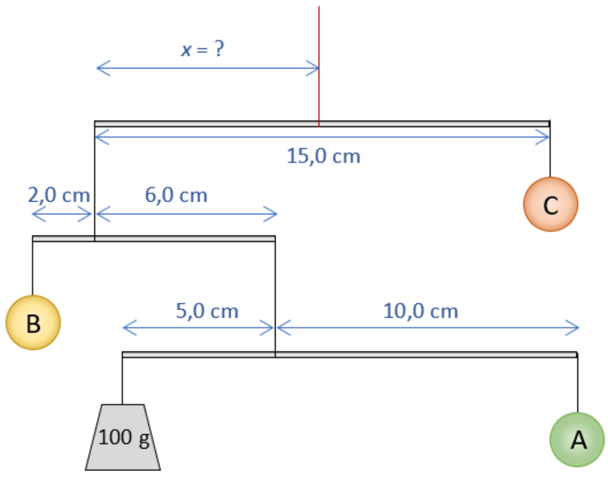
Fysiikkakilpailu S2022 avoin sarja

Taiteilija valmistaa kuvan 4.A mukaisen ripustettavan koriste-esineen eli mobilen. Mobilen alimmassa haarassa vasemmalla roikkuu kappale, jonka massa on 100 g. Mobilen vaakatangot ovat hyvin kevyitä alumiinirimoja, joten rimojen massoja ei tarvitse huomioida. Mobile ripustetaan katosta samalla siimalla, jolla mobilen osat kytketään toisiinsa. Siiman vetolujuudeksi on ilmoitettu 7,5 N. Ylimmän, koko mobilea kannattelevan ripustussiiman paikkaa voidaan siirtää.



4.1. Mikä täytyy olla kappaleen A massa?

(Pelkkä vastaus riittää, perusteluja ei vaadita.)

4.2. Mikä täytyy olla kappaleen B massa?

(Pelkkä vastaus riittää, perusteluja ei vaadita.)

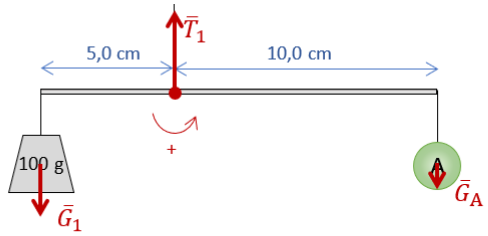
4.3. Mikä kappaleen C massa saa enintään olla? Mihin kohtaan ylin ripustuslanka pitää sijoittaa?

(Huom. Perusteluja vaaditaan.)

Ratkaisu (huomaa, että ensimmäisissä kohdissa vaaditaan vain pelkkä tulos):

Koska alumiinirimat ovat hyvin kevyitä, niiden painoja ei oteta huomioon.

Piirretään alimman riman ja siinä roikkuvien esineiden voimakuvio.



G_1 on esineen paino, G_A kappaleen A paino ja T_1 siiman jännitysvoima.

Merkitään x_1 = 5,0 cm, x_2 = 10,0 cm ja m_1 = 100 g.
Rima on tasapainossa, kun $\sum \bar{F} = \bar{0}$ ja $\sum M = 0.$
Momenttien summaksi saadaan $G_1 x_1 - G_A x_2 = 0$, josta

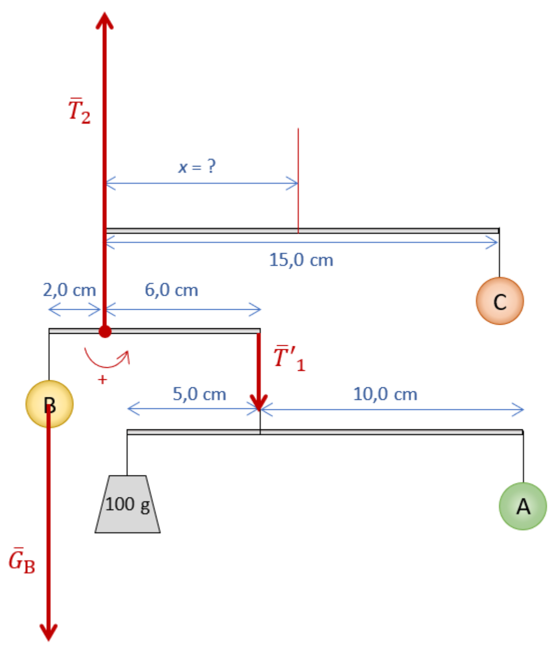
$$m_1 g x_1 = m_A g x_2$$

$$m_A = \frac{m_1 \cancel{g} x_1}{\cancel{g} x_2} = \frac{100\text{ g} \cdot 5,0\text{ cm}}{10,0\text{ cm}} = 50\text{ g}.$$

Kappaleen A massa on siten 50 g.

Langan jännitysvoima on $T_1 = G_1 + G_A = (m_1 + m_A)g = 0{,}150\text{ kg} \cdot 9{,}81\text{ m/s}^2 = 1{,}4715\text{ N}$ ja alin lanka kannattelee 150 g:n massaa. Tämä kuorma voidaan kuvitella keskimmäisen riman oikeaan reunaan.

Piirretään keskimmäisen riman ja siinä roikkuvien esineiden voimakuvio.



G_B on kappaleen B paino, T_1' on siiman jännitysvoima, jolla alempi rima vetää tankoa alaspäin ja T_2 kannattelevan siiman jännitysvoima.

Merkitään x_3 = 2,0 cm, x_4 = 6,0 cm. Ripustuslanka vetää tankoa yhtä suurella voimalla kuin punnus, jonka massa olisi m_4 = 150 g.

Rima on tasapainossa, kun $\sum \bar{F} = \bar{0}$ ja $\sum M = 0.$

Momenttien summaksi saadaan $G_B x_3 - G_4 x_4 = 0$, josta

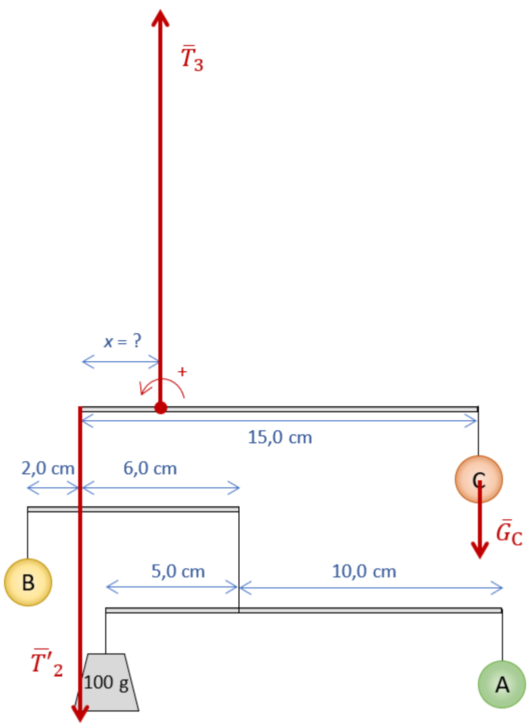
$$m_B g x_3 = m_4 g x_4$$

$$m_B = \frac{m_4 \cancel{g} x_4}{\cancel{g} x_3} = \frac{150\text{ g} \cdot 6{,}0\text{ cm}}{2{,}0\text{ cm}} = 450\text{ g}.$$

Kappaleen B massa on siten 450 g.

Langan jännitysvoima $T_2 = G_B + G_4 = (m_B + m_4)g$ = 0,600 kg · 9,81 m/s^2 = 5,886 N ja keskimmäinen lanka kannattelee siten kuormaa, jonka massa on 600 g. Tämä kuorma voidaan kuvitella ylimmän riman vasempaan reunaan.

Piirretään ylimmän riman ja siinä roikkuvien esineiden voimakuvio.



G_C on kappaleen C paino, T_2' on siiman jännitysvoima, jolla alempi rima vetää tankoa alaspäin, ja T_3 kannattelevan siiman jännitysvoima.

Merkitään l = 15,0 cm, $x_5 = x$, $x_6 = l - x$. Ripustuslanka vetää tankoa yhtä suurella voimalla kuin punnus, jonka massa olisi m_5 = 600 g.

Rima on tasapainossa, kun $\sum \bar{F} = \bar{0}$ ja $\sum M = 0.$

Siiman vetolujuus on 7,5 N, joten $T_3 = G_5 + G_C < 7{,}5$ N. Koska G_5 = 5,886 N, on oltava $G_C <$ 7,5 N – 5,886 N = 1,614 N ja massa $m_C \leq$ 165 g.

Ylimpään rimaan vaikuttavien momenttien summaksi saadaan
$G_5x_5 - G_Cx_6 = 0$, josta $m_5gx = m_Cg(l - x)$. Ratkaistaan tästä ripustuslangan paikka x rajatapauksessa, kun m_C = 165 g.

$$m_5gx = m_Cg(l-x)$$

$$m_5x = m_Cl - m_Cx$$

$$(m_5 + m_C)x = m_6l$$

$$x = \frac{m_Cl}{m_5 + m_C} = \frac{165\text{ g}\cdot 15,0\text{ cm}}{600\text{ g} + 165\text{ g}} = 3,228\text{ cm} \approx 3,2\text{ cm}$$

Jotta kappaleen C massaa ei tarvitse kasvattaa yli siiman kantokyvyn, pitää langan ripustuskohdan olla $x \leq 3,2$ cm. Rajatapauksessa kappaleen C massa on 165 g, ja kappale C riippuu langan ripustuskohdasta.

Kappaleen C massa saadaan yhtälöstä $m_C = \frac{m_5\cancel{g}x}{\cancel{g}(l-x)} = \frac{x}{15,0\text{ cm} - x}\cdot 600\text{ g}$.

Fysiikkakilpailu, avoin sarja 2022, alkukilpailu, T5

MRI eli magneettikuvaus on lääketieteellinen kuvantamismenetelmä, jolla saadaan yksityiskohtaisia kuvia ihmisen elimistöstä. Magneettikuvauslaitteessa on käämi, jonka halkaisija on 40 cm ja pituus on 1,0 m. Käämin johdin on nesteheliumilla jäähdytettyä suprajohdetta, jossa kulkee 100 A:n virta. Tällöin käämin sisällä on magneettivuon tiheys 5,0 T. Tutkimuksessa potilas asetellaan makuuasentoon magneettikuvauslaitteeseen siten, että magneettikenttä on potilaan pituuden suuntainen ja potilaan kuvattava osa on käämin sisällä.

1. Kuinka monta kierrosta johdinta käämissä on?

Ratkaisu: Voimme käyttää käämin sisällä olevan magneettivuon tiheyden lauseketta

$$B = N\frac{\mu_0}{l}I,$$

jossa N on kierrosten lukumäärä, μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti, l on käämin pituus ja I käämissä kulkeva sähkövirta. Tästä voidaan ratkaista kierrosten lukumäärä

$$N = \frac{Bl}{\mu_0 I} = \frac{5.0\,\mathrm{T}\cdot 1.0\,\mathrm{m}}{4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}}\cdot 100\,\mathrm{A}} = 39788,735... \approx 40000$$

2. Kuinka paljon energiaa on käämin magneettikentässä?

Ratkaisu: Käämiin varastoitu energia voidaan laskea yhtälöllä

$$E = \frac{1}{2}LI^2,$$

jossa L on käämin induktanssi ja I käämissä kulkeva virta. Käämin induktanssi saadaan yhtälöllä

$$L = \mu_0\frac{N^2A}{l},$$

jossa A on käämin poikkileikkauksen pinta-ala. Sijoittamalla induktanssi energian yhtälöön saadaan

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2 A}{l} I^2 \\
&= \frac{1}{2} 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}} \cdot \frac{39788,735...^2 \cdot \pi \cdot (0.2\,\mathrm{m})^2}{1.0\,\mathrm{m}} \cdot (100\,\mathrm{A})^2 \\
&= 1249999,951...\mathrm{J} \\
&\approx 1\,250\,000\,\mathrm{J} \approx 1\,\mathrm{MJ}
\end{aligned}$$

3. Eräs mahdollinen magneettikuvaukseen liittyvä riski on MRI -laitteen magneettikentän äkillinen kytkeminen pois päältä. Ihmiskehon nesteet ovat johteita. Oleta, että tutkittavan henkilön suurin poikkileikkauksen pinta-ala on 0,060 m^2. Mikä on lyhyin aika, jona 5,0 T:n magneettikenttä voidaan tasaisesti poistaa, kun tutkittavan henkilön kehossa jännite saa olla korkeintaan 0,10 V?

Ratkaisu: Muuttuva magneettivuo indusoi jännitteen

$$U = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right|.$$

Vuo potilaan läpi on

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A},$$

kun oletetaan, että magneettikenttä on homogeeninen potilaan kohdalla. Magneettikenttä ja potilaan poikkileikkaus ovat kohtisuorassa keskenään, koska kenttä käämin sisällä on käämin suuntainen. Siispä vuo on $\Phi = BA$ ja magneettivuon muutos käämissä potilaan läpi on

$$U = \left|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} BA\right| = A\left|\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} B\right| = A\left|\frac{\Delta B}{\Delta t}\right|,$$

koska potilaan pinta-ala pysyy samana. Tästä voidaan ratkaista ajan muutos, kun tunnetaan magneettivuon tiheys, potilaan poikkileikkauksen pinta-ala ja suurin mahdollinen jännite

$$\Delta t = A\frac{|\Delta B|}{U} = \frac{0.060\,\mathrm{m}^2 \cdot 5.0\,\mathrm{T}}{0.10\,\mathrm{V}} = 3.0\,\mathrm{s}$$

TEHTÄVÄ 4

Suositussa animaatiosarjassa Kelju K. Kojootti yrittää loputtomasti pyydystää Maantiekiitäjää erilaisin keinoin. Usein pyydystys päättyy Kojootin putoamiseen rotkoon, joskus taas litistymiseen rekan tuulilasia vasten.

Oletetaan rekan tuulilasi pystysuoraksi. Kojootti lävähtää kiinni tuulilasiin eikä kosketa muita pintoja. Kojootin massa on 16 kg. Villaturkin ja lasin välinen kitkakerroin on 0,24. Ilmanvastus F_v noudattaa mallia

$$F_v = \frac{1}{2}\rho v^2 A C_v$$

missä $\rho = 1{,}225\ kg/m^3$ on ilman tiheys, *v* kappaleen nopeus, *A* kappaleen poikkipinta-ala ja C_v kappaleen muotokerroin. Litistyneen Kojootin pinta-alaksi voidaan olettaa 0,28 m^2 ja muotokertoimeksi 0,75.

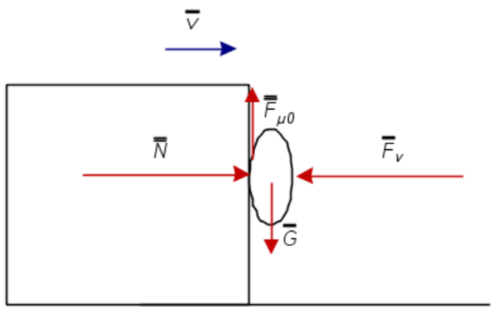
a) Kuinka suuri tulee rekan nopeuden olla, jotta Kojootti pysyy paikallaan tuulilasia vasten, eikä lähde valumaan alaspäin? (9p.)

b) Oletetaan, että rekalla on kiihtyvyys 1,7 m/s^2. Kuinka suuri nopeus tällöin vaadittaisiin, jotta Kojootti ei lähde liukumaan alaspäin? (6p.)

Ratkaisu:

a)

Kojootin voimakuvio:



v = nopeus
F_v = ilmanvastus
$F_{\mu 0}$ = lepokitka
N = pinnan tukivoima
G = paino

Newtonin 2. lain mukaan tasaisessa liikkeessä Kojoottiin kohdistuva kokonaisvoima on nolla.

$$\Sigma \underline{F} = \underline{0}$$

Liikeyhtälö pystysuunnassa:

$$F_{\mu 0} - G = 0$$

$$F_{\mu 0} = G$$

$$\mu N = mg$$

liikeyhtälö vaakasuunnassa:

$$N - F_v = 0$$

$$N = F_v$$

Yhdistämällä yhtälöt saadaan:

$$\mu F_v = mg$$

$$\mu \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 A C_v = mg$$

$$v = \sqrt{\frac{2mg}{\mu \rho A C_v}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 16\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}{0{,}24 \cdot 1{,}225\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}28\ \mathrm{m^3} \cdot 0{,}75}} \approx 71\ \mathrm{m/s}$$

b)

Kojootti on törmäyksen jälkeen kiihtyvässä liikkeessä. Newtonin 2. lain mukaan $\Sigma \underline{F} = m\underline{a}$.

Liikeyhtälö pystysuunnassa:

$$F_{\mu 0} - G = 0$$

$$\mu N = mg$$

liikeyhtälö vaakasuunnassa:

$$N - F_v = ma$$

$$N = F_v + ma$$

Yhdistämällä yhtälöt saadaan:

$$\mu(F_v + ma) = mg$$

$$\mu \cdot \frac{1}{2}\rho v^2 A C_v + \mu m a = mg$$

$$v = \sqrt{\frac{2m(g - \mu a)}{\mu \rho A C_v}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 16\ \mathrm{kg} \cdot (9{,}81\ \mathrm{m/s^2} - 0{,}24 \cdot 1{,}7\ \mathrm{m/s^2})}{0{,}24 \cdot 1{,}225\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}28\ \mathrm{m^2} \cdot 0{,}75}} = 69.807\ldots\mathrm{m/s} \approx 70\ \mathrm{m/s}$$

TEHTÄVÄ 5

Vaa'alla olevassa vedenkeittimessä oli kuumaa vettä. Keitin käynnistettiin. Liitteenä 5.A on video tapahtumasta. Vaaka ilmaisee massan grammoina. Liitteenä 5.B on kuva vedenkeittimen arvokilvestä.

5.1 Määritä aineistosta saatavien tietojen perusteella veden ominaishyörystymislämpö. Esitä ratkaisussasi aineiston perusteella määritetyt suureet sekä tulostenkäsittely perusteluineen. 12 p.

Ratkaisu

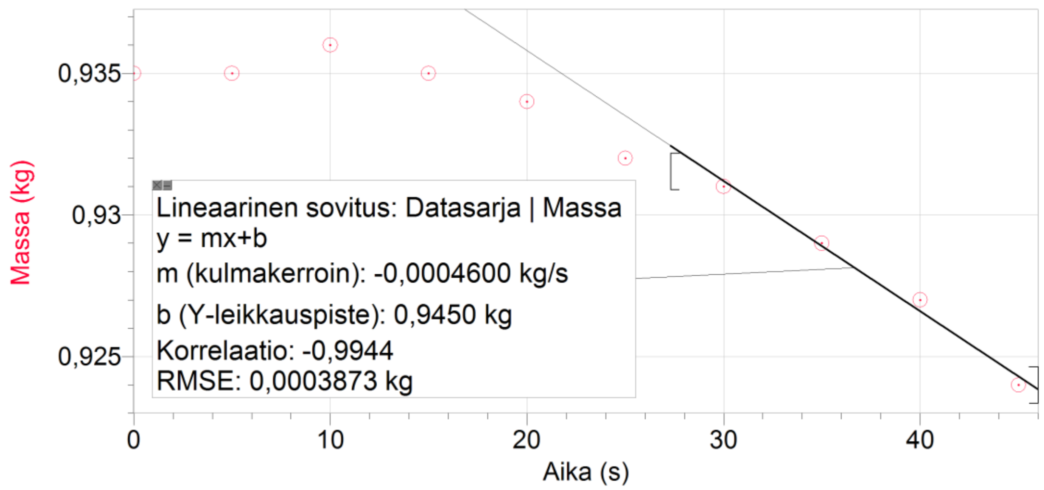
Keittimen veteen siirtämä energia hyörystää vettä.

$$P\Delta t = s\left|\Delta m\right|$$

Aika- massa -kuvaajasta havaitaan, että ensimmäisen 15 s aikana vesi ei merkittävästi kiehu.

$\dfrac{\Delta m}{\Delta t}$ Saadaan kuvaajasta kulmakertoimena.

$$s = \frac{P}{\left|\frac{\Delta m}{\Delta t}\right|} = \frac{2200\ W}{0{,}0004600\ \frac{kg}{s}} \approx 4{,}8\ \frac{MJ}{kg}$$



5.2 Arvioi ratkaisuusi liittyviä virhelähteitä. 3 p.

Tulos on liian suuri taulukkoarvoon nähden. Virhettä aiheuttavat esimerkiksi ympäristöön säteilemällä siirtyvä lämpö. Myös keitin itsessään lämpenee. Videolta luettuihin suureiden arvoihin liittyy epätarkkuutta sekä siihen, millä hetkellä vesi kiehuu täysin.

Huomioita arvioinnista: a-kohdan maksimipistemäärä ilman kuvaajaa on 8p. Arvokilven teho on virheellisen suuri, joten määritetty ominaishöyrystymislämpö on selvästi suurempi kuin taulukkoarvo.

TEHTÄVÄ 6

6.1 Miksi järjestelmässä tarvitaan varaaja? 1p

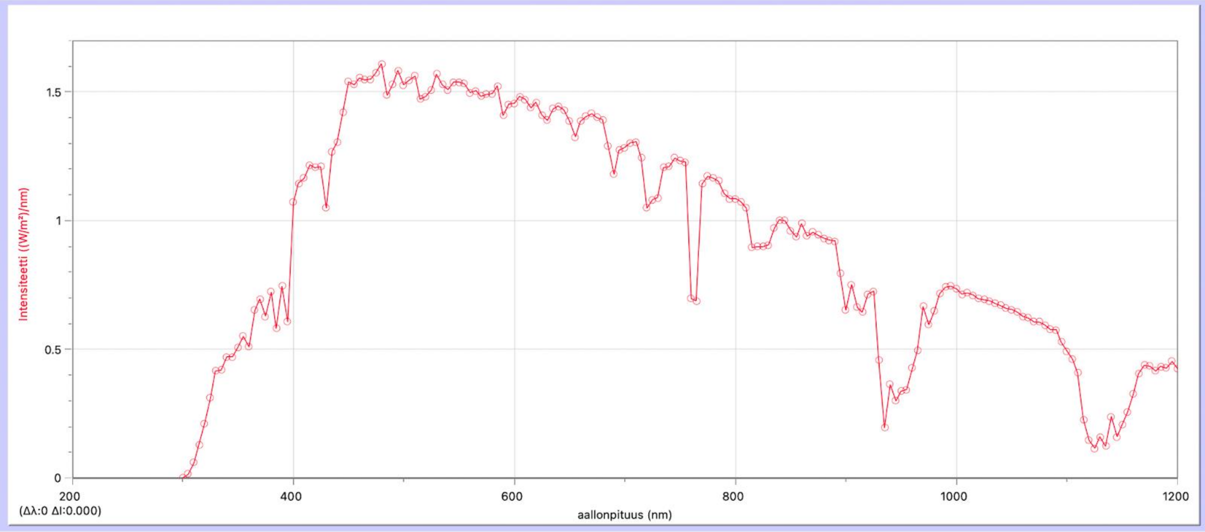
Varaaja on lämpövarasto, jota tarvitaan koska Auringon **säteilymäärä vaihtelee**, ja **lämpimän veden kulutus tapahtuu eri aikaan kuin aurinko paistaa**, tai lämmön tarve on suurempi kuin hetkellinen säteilyteho.

6.2 Mainitse vähintään kolme tekijää, jotka vaikuttavat aurinkokeräimestä saadun energian määrään

Ratkaisussa voidaan tarkastella esimerkiksi seuraavia tekijöitä:

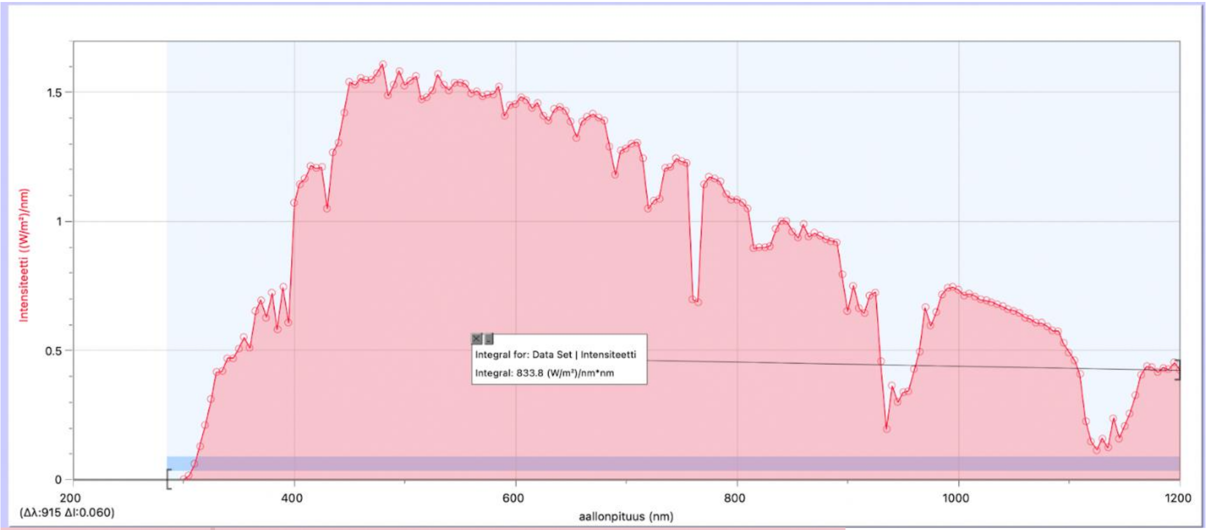
- aurinkokeräimen katteen (lasin) ominaisuudet
- lämmöneristys ja tiiviys
- aineiden absorptio- ja lämmönsiirtokyky
- lämmönsiirtoaineen ominaisuudet
- aurinkokeräimen käyttölämpötila
- etäisyys keräimistä varaajaan
- lämmönsiirtoputkien lämmöneristys
- aurinkokeräimen suuntaus ja kaltevuus
- varaajan lämpötila
- tarvittava lämpötila ja tarvittava energiamäärä
- ulkolämpötila ja tuulisuus
- auringon tulokulma (vuodenaika ja kellonaika)
- varjot

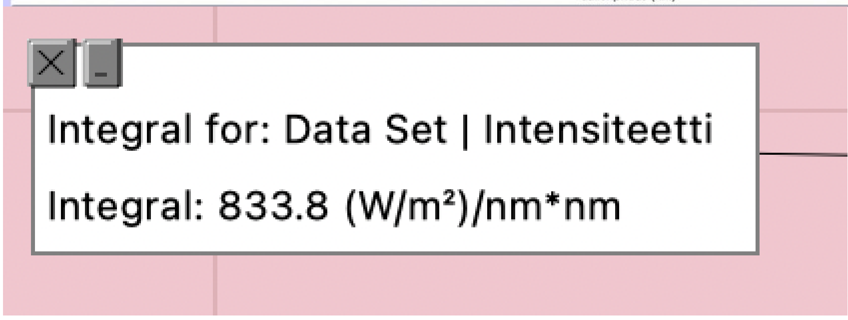
6.3 Esitä graafisesti säteilyvuon tiheys E aallonpituuden λ funktiona. 2p.



6.3 Määritä auringon säteilyn intensiteetti aallonpituusalueella 300 nm ..1200 nm. 2p

Auringon säteilyn intensiteetti saadaan säteilyvuon tiheyden kuvaajan pinta-alana eli integraalina.





Kokonaisintensiteetti on
$I = 834\ \mathrm{W/m^2}$

6.4 Varaajaan menevän lämmönsiirtonesteen lämpötila oli 65 °C ja sieltä palaavan 56 °C. Virtausmittarin lukema oli 11 kg/min. Kuinka suuri oli keräimen hyötysuhde? Hyötysuhteella tarkoitetaan sitä osuutta auringon säteilyenergiasta, joka siirtyy varaajan sisältämän veden lämmöksi.

Lämmönsiirtonesteen varaajalle luovuttama lämpö:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = \quad 3\ 980\ \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 11\ kg \cdot 9°C = 394020\ J$$

Lämpö johtuu varaajaan teholla:

$$P_h = \frac{Q}{t} = \frac{394020\ J}{60s} = 6567\ W$$

Auringon säteilyteho, joka lämmittää lämmönkeräimen pintaa:

$$P_s = I \cdot A \ = 833.8\ \frac{W}{m^2} \cdot 12.5\ m^2 = 10422{,}5$$

Hyötysuhde:

$$\frac{P_h}{P_s} = \frac{6567\ W}{10422{,}5\ W} = 0{,}63$$

6.5 Lämminvesivaraaja sijoitettiin kellariin, jossa on jatkuvasti noin 20 °C lämpötila. Aineistossa 6.C on esitetty kolme vaihtoehtoista mallia jäähtymiselle. Mikä *T(t)*-kuvaajista kuvaa parhaiten varaajassa olevan veden jäähtymistä yöaikaan, kun aurinko ei paista, eikä vettä lämmitetä muilla menetelmillä?

$$T(t) = ke^{-Ct}$$