

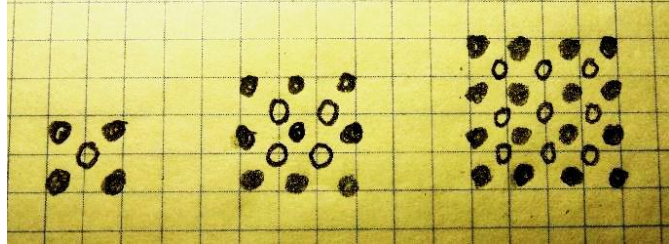
Pulmasivu: Katkaistun kartion jako

Ratkaisut

Laatinut Hannu Korhonen

1. Pieniä kartioita on 13 tai 25, kun isomman pohjan sivu on 3 tai 4

Jos rakennuspalikoita ei ole, niin voit käyttää mallina munia ja munakennoa tai ruutupaperia:



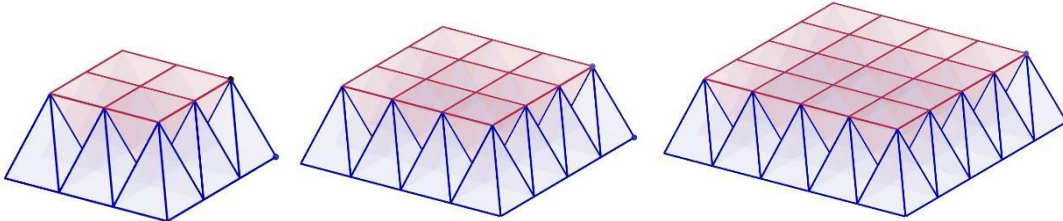
Munakennomalli, kun sivu s on 2 tai 3

Vastaavat ruutupaperimallit

Munakennon "kartiot" edustavat suuremmalta pohjalta nousevia pieniä kartioita ja munat pienemmältä pohjalta "laskevia" kartioita. Vertaa vasemmanpuoleista tehtävä sivun keskimmäiseen kuvaan.

Mustat pyörylät edustavat isommalta pohjalta nousevia kartioita ja renkaat pienemmältä yläpohjalta "laskevia" kartioita.

2. Kartioita on 5, 13, 25, 41, kun $s = 2, 3, 4, 5$. Määrät voit laskea kuvista.



Kartioiden määrä on pohjien sivujen neliöiden summa.

Lukumääräsarjan 5, 13, 25, 41, ... viides jäsen on 61 ja n :s jäsen $n^2 + (n+1)^2 = 2n^2 + 2n + 1$.

Pienten kartioiden lukumäärä voidaan ilmoittaa myös katkaistun kartion suuremman pohjan sivun lausekkeena:

$$s^2 + (s-1)^2 = 2s^2 - 2s + 1$$

3. Pienen kartion tilavuus on $2/3$ ja katkaistun kartion $4/3$.

4. $5/7 \approx 71,4\%$

5. Ei mitenkään!

$$6. V_k = \frac{h}{3}$$

$$7. V_{kk} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(s^2 + \sqrt{s^2 \cdot (s-1)^2} + (s-1)^2 \right) = \frac{h}{3} (3s^2 - 3s + 1)$$

8. Tätä voit aluksi tutkia laskemalla vaikkapa Excelillä. Onnistuu noin s :n arvoon 20 asti, mutta siitä eteenpäin Excel "pyöristää" murtoluvut arvoon $2/3$, koska se osaa käsitellä murtoluvuissa vain kolminumeroisia lukuja. Suhteen raja-arvon saa muodollisellakin laskulla:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2s^2 - 2s + 1}{3s^2 - 3s + 1} = \frac{2}{3}$$

Pulmasivun perusidea on **Thomas Banchoffin** artikkelista *The Foxtrot Half-Empty / Half-Full Problem* julkaisusta *G4G13 Exchange Book*, vol. 1, (2018) s. 148–151

<https://www.gathering4gardner.org/g4g13gift/G4G13Book1.pdf>