PERUSSARJA

Tehtäviä

(1) Suorakulmion sisälle on piirretty kolmio niin, että kolmion yksi sivu on suorakulmion sivu, ja kolmion vastakkainen kärki on suorakulmion vastakkaisella sivulla. Mitkä seuraavista väitteistä ovat välttämättä tosia?
  (a) Kolmion piiri on pienempi kuin suorakulmion piiri.
  (b) Kolmion ala on puolet suorakulmion alasta.
  (c) Kolmio on suorakulmainen.
  (d) Kolmio on teräväkulmainen.

(2) Pyöräilijä haluaa ajaa 50 kilometrin matkan kahdessa tunnissa. Ajettuaan 25 kilometriä, hän huomaa ajaneensa siihen asti nopeudella 21 kilometriä tunnissa. Millä nopeudella pyöräilijän on ajettava loppumatka, jotta tavoite toteutuu?
  (a) noin 28 kilometriä tunnissa
  (b) noin 29 kilometriä tunnissa
  (c) noin 30 kilometriä tunnissa
  (d) noin 31 kilometriä tunnissa

(3) Oheisen neliön sivun pituus on 6. Sen sisään on piirretty ympyrä, joka sivuaa neliön kaikkia sivuja. Neliön jokaisesta kulmasta on piirretty jana, joka päättyy ympyrän kaarelle ja lisäksi leikkaa ympyrän kaaren toisessa pisteessä. Nämä janat on piirretty niin, että on muodostunut neljä keskenään yhtenevää kolmiota. Lisäksi kierrettäessä myötäpäivään, huomataan, että jokaisesta kulmasta piirretyn janan se piste, jossa se leikkaa ympyrän kaaren ensimmäisen kerran, on sama piste kuin missä edellisestä kulmasta piirretty jana päättyy. Määritä yhden pikkukolmion ala.
  (a) 3
  (b) $\frac{41}{9}$
  (c) $\frac{9}{2}$
  (d) 6

(4) Luku a arvotaan satunnaisesti väliltä $[2, 4]$. Muodostetaan kolmio, jonka sivut ovat koordinaattiakselit sekä suora $y = 2x + a$. Millä todennäköisyydellä kolmion ala on vähintään 2?
  (a) 0
  (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
  (c) $2 - \sqrt{2}$
  (d) 1

(5) Määritellään reaalilukujen joukossa funktio f, jonka arvot ovat reaalilukuja. Funktiosta tiedetään, että $f(x) = f(2021 - x)$ ja $f(x + 10) = f(2010 - x)$ kaikilla reaaliluvuilla x. Lisäksi tiedetään, että

$$f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 6.$$

Määritä lausekkeen

$$f(16) + f(17) + f(18)$$

arvo.
  (a) 16

(b) $\frac{11}{3}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) Arvoa ei voida määrittää annetuilla tiedoilla.

(6) Tarkastellaan lukua, jonka kymmenjärjestelmäesitys saadaan kirjoittamalla luku 2023 peräkkäin 2022 kertaa. Mitä tästä luvusta voidaan sanoa?
(Vaativa versio:)
(a) Se on jaollinen kolmella.
(b) Se on jaollinen viidellä.
(c) Se on jaollinen seitsemällä.
(d) Se on jaollinen yhdellätoista.

(7) Uunipelti on suorakulmio, jonka mitat ovat 30 cm ja 40 cm. Pellillä halutaan paistaa mahdollisimman iso pizza niin, että pizza on halkaistu kahtia, ja osat asetettu kuvan mukaan vastakkain. Mikä on pizzan suurin mahdollinen halkaisija?

(8) Laatikossa on ainakin yksi pallo. Lisäksi tiedetään, että palloja on alle 100. Pallot ovat joko sinisiä, punaisia tai valkoisia. Punaisia palloja on parillinen määrä. Valkoisia ja sinisiä on yhteensä nelinkertaisesti punaisten pallojen määrä. Punaisia ja sinisiä palloja on yhteensä kuusinkertaisesti valkoisten pallojen määrä. Kuinka monta palloa laatikossa on?

VÄLISARJA

Tehtäviä

(1) Pyöräilijä haluaa ajaa 50 kilometrin matkan kahdessa tunnissa. Ajettuaan 25 kilometriä, hän huomaa ajaneensa siihen asti nopeudella 21 kilometriä tunnissa. Millä nopeudella pyöräilijän on ajettava loppumatka, jotta tavoite toteutuu?
   (a) noin 28 kilometriä tunnissa
   (b) noin 29 kilometriä tunnissa
   (c) noin 30 kilometriä tunnissa
   (d) noin 31 kilometriä tunnissa

(2) Luku a arvotaan satunnaisesti väliltä $[2, 4]$. Muodostetaan kolmio, jonka sivut ovat koordinaattiakselit sekä suora $y = 2x + a$. Millä todennäköisyydellä kolmion ala on vähintään 2?
   (a) 0
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   (c) $2 - \sqrt{2}$
   (d) 1

(3) Tarkastellaan lukua, jonka kymmenjärjestelmäesitys saadaan kirjoittamalla luku 2023 peräkkäin 2022 kertaa. Mitä tästä luvusta voidaan sanoa?
   (a) Se on jaollinen kolmella.
   (b) Se on jaollinen viidellä.
   (c) Se on jaollinen seitsemällä.
   (d) Se on jaollinen yhdellätoista.

(4) Luvut x ja y ovat reaalilukuja. Määritä lausekkeen
$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023$$
pienin arvo.

(5) Laatikossa on ainakin yksi pallo. Lisäksi tiedetään, että palloja on alle 100. Pallot ovat joko sinisiä, punaisia tai valkoisia. Punaisia palloja on parillinen määrä. Valkoisia ja sinisiä on yhteensä nelinkertaisesti punaisten pallojen määrä. Punaisia ja sinisiä palloja on yhteensä kuusinkertaisesti valkoisten pallojen määrä. Kuinka monta palloa laatikossa on?

(6) Piste O sijaitsee suunnikkaan $ABCD$ sisällä siten, että $\angle AOB + \angle COD = 180°$. Osoita, että $\angle OBC = \angle ODC$.

AVOIN SARJA

Tehtäviä

(1) Luku a arvotaan satunnaisesti väliltä $[2, 4]$. Muodostetaan kolmio, jonka sivut ovat koordinaattiakselit sekä suora $y = 2x + a$. Millä todennäköisyydellä kolmion ala on vähintään 2?
   (a) 0
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   (c) $2 - \sqrt{2}$
   (d) 1

(2) Tavallisen 8×8-shakkilaudan jokaisessa ruudussa on nappula. Kutakin nappulaa liikutetaan yhtä aikaa joko yksi askel vasemmalle tai yksi askel alaoikealle, jos liikuttaminen on mahdollista poistamatta nappulaa laudalta. Mitkä seuraavista ovat mahdollisia tyhjien ruutujen lukumääriä sen jälkeen, kun kutakin nappulaa on liikutettu tasan kerran?
   (a) 0
   (b) 4
   (c) 29
   (d) 33

(3) Luvut x ja y ovat reaalilukuja. Määritä lausekkeen
$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023$$
pienin arvo.

(4) Laatikossa on alle 100 palloa, jotka ovat joko sinisiä, punaisia tai valkoisia. Punaisia palloja on parillinen määrä. Valkoisia ja sinisiä on yhteensä nelinkertaisesti punaisten pallojen määrä. Punaisia ja sinisiä palloja on yhteensä kuusinkertaisesti valkoisten pallojen määrä. Kuinka monta palloa laatikossa on?

(5) Piste O sijaitsee suunnikkaan $ABCD$ sisällä siten, että $\angle AOB + \angle COD = 180°$. Osoita, että $\angle OBC = \angle ODC$.

(6) Kuinka monta sellaista kolmiota on olemassa, joiden sivut ovat positiivisia kokonaislukuja, joiden sivujen pituuksien summa on 100, jotka eivät ole redusoituneita (eli pelkkiä janoja) ja jotka ovat keskenään erilaisia? (Tässä erilaisuus tarkoittaa sitä, niitä ei saada toisistaan kääntämällä tai kiertämällä. Esimerkiksi kolmio, joiden sivujen pituudet ovat 10, 49 ja 51 ajatellaan samaksi kuin kolmio, jonka sivujen pituudet ovat 10, 51 ja 49.)

MAOL GRUNDSERIEN H2023

(1) En triangel är inritad i en rektangel så, att triangelns ena sida utgör rektangelns ena sida och triangelns motstående hörn finns på rektangelns motstående sida.
Vilka av följande påståenden är nödvändigtvis sanna?
(a) Triangelns omkrets är mindre än rektangelns omkrets.
(b) Triangelns area är hälften av rektangelns area.
(c) Triangeln är rätvinklig.
(d) Triangeln är spetsvinklig.

(2) En cyklist vill åka en 50 km lång sträcka på två timmar. Efter att hen har kört 25 kilometer lägger hen märke till att hen dittills har kört med hastigheten 21 kilometer i timmen.
Med vilken hastighet måste hen köra resten av sträckan för att uppnå sitt mål?
(a) ca 28 kilometer i timmen
(b) ca 29 kilometer i timmen
(c) ca 30 kilometer i timmen
(d) ca 31 kilometer i timmen

(3) Sidan i vidstående kvadrat har längden 6. I den finns en inskriven cirkel som tangerar alla sidor i kvadraten. Från varje hörn i kvadraten har man ritat en sträcka som slutar på cirkelbågen och dessutom skär cirkelbågen i en annan punkt. Dessa sträckor ritas så att det bildas fyra sinsemellan kongruenta trianglar. Ytterligare, när man rör sig medsols, lägger man märke till att den punkt, på sträckan från varje hörn, i vilken sträckan skär cirkelbågen första gången är samma punkt där sträckan från föregående hör slutar. Bestäm arean av en sådan liten triangel.
(a) 3
(b) $\frac{41}{9}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) 6

(4) Talet a väljs slumpmässigt i intervallet $[2, 4]$. Vi bildar en triangel vars sidor utgörs av koordinataxlarna och linjen $y = 2x + a$. Med vilken sannolikhet är arean av triangeln minst 2?
(a) 0
(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $2 - \sqrt{2}$
(d) 1

(5) Vi definierar i mängden av de reella talen en funktion f, vars värden är reella tal. Om funktionen vet vi att $f(x) = f(2021 - x)$ och $f(x \mp 10) = f(2010 - x)$ för alla reella tal x. Ytterligare vet vi att

$$f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 6.$$

Bestäm värdet av uttrycket

$$f(16) + f(17) + f(18).$$

(a) 16
(b) $\frac{11}{3}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) Vi kan inte bestämma värdet med hjälp av den givna informationen.

(6) Vi undersöker ett tal, vars framställning i tiosystemet vi får genom att 2022 gånger skriva ned talet 2023 efter varandra. Vad kan vi säga om detta tal?

(a) Det är delbart med tre.
(b) Det är delbart med fem.
(c) Det är delbart med sju.
(d) Det är delbart med elva.

(7) En ugnsplåt har formen av en rektangel med måtten 30 cm och 40 cm. Man vill med plåten baka en så stor pizza som möjligt så att pizzan halveras och delarna placeras mot varandra enligt figuren. Vilken är den största möjliga diametern för en sådan pizza?

(8) I en låda finns en minst en boll. Ytterligare vet vi att det finns färre än 100 bollar. Bollarna är antingen blåa, röda eller vita. Det finns ett jämnt antal röda bollar. Det sammanlagda antalet vita och blåa bollar är fyra gånger antalet röda bollar. Det sammanlagda antalet röda och blåa bollar är sex gånger antalet vita bollar. Hur många bollar finns det i lådan?

MAOL MELLANSERIEN H2023

(1) En cyklist vill åka en 50 km lång sträcka på två timmar. Efter att hen har kört 25 kilometer lägger hen märke till att hen dittills har kört med hastigheten 21 kilometer i timmen. Med vilken hastighet måste hen köra resten av sträckan för att uppnå sitt mål?
   (a) ca 28 kilometer i timmen
   (b) ca 29 kilometer i timmen
   (c) ca 30 kilometer i timmen
   (d) ca 31 kilometer i timmen

(2) Talet a väljs slumpmässigt i intervallet $[2, 4]$. Vi bildar en triangel vars sidor utgörs av koordinataxlarna och linjen $y = 2x + a$. Med vilken sannolikhet är arean av triangeln minst 2?
   (a) 0
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   (c) $2 - \sqrt{2}$
   (d) 1

(3) Vi undersöker ett tal, vars framställning i tiosystemet vi får genom att 2022 gånger skriva ned talet 2023 efter varandra. Vad kan vi säga om detta tal?

   (a) Det är delbart med tre.
   (b) Det är delbart med fem.
   (c) Det är delbart med sju.
   (d) Det är delbart med elva.

(4) Talen x och y är reella tal. Bestäm det minsta värdet av uttrycket

$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023\ .$$

(5) I en låda finns en minst en boll. Ytterligare vet vi att det finns färre än 100 bollar. Bollarna är antingen blåa, röda eller vita. Det finns ett jämnt antal röda bollar. Det sammanlagda antalet vita och blåa bollar är fyra gånger antalet röda bollar. Det sammanlagda antalet röda och blåa bollar är sex gånger antalet vita bollar. Hur många bollar finns det i lådan?

(6) Punkten O finns innanför parallellogrammen $ABCD$ så att $\angle AOB + \angle COD = 180^{\circ}$.

   Visa, att $\angle OBC = \angle ODC$.

MAOL ÖPPNA SERIEN H2023

(1) Talet a väljs slumpmässigt i intervallet $[2, 4]$. Vi bildar en triangel vars sidor utgörs av koordinataxlarna och linjen $y = 2x + a$. Med vilken sannolikhet är arean av triangeln minst 2?
(a) 0
(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(c) $2 - \sqrt{2}$
(d) 1

(2) Det står en pjäs i varje ruta på ett vanligt $8 \text{ x } 8$ – schackbräde. Vi flyttar varje pjäs samtidigt antingen ett steg till vänster eller ett steg snett nedåt höger, om det är möjligt att flytta pjäsen så att den inte hamnar utanför schackbrädet. Vilka av följande alternativ anger det möjliga antalet tomma rutor efter att vi har flyttat varje pjäs exakt en gång?

(a) 0
(b) 4
(c) 29
(d) 33

(3) Talen x och y är reella tal. Bestäm det minsta värdet av uttrycket

$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023\,.$$

(4) I en låda finns färre än 100 bollar. Bollarna är blåa, röda eller vita. Det finns ett jämnt antal röda bollar. Det sammanlagda antalet vita och blåa bollar är fyra gånger antalet röda bollar. Det sammanlagda antalet röda och blåa bollar är sex gånger antalet vita bollar. Hur många bollar finns det i lådan?

(5) Punkten O finns innanför parallellogrammen $ABCD$ så att $\angle AOB + \angle COD = 180^{\circ}$.

Visa, att $\angle OBC = \angle ODC$.

(6) Vi betraktar trianglar vars sidlängder utgör positiva heltal. Summan av trianglarnas sidlängder är 100. Trianglarna är inte reducerade (dvs. endast sträckor) och de är sinsemellan olika. Hur många sådana trianglar finns det? (Med olika menas här att de inte fås ur varandra via rotation eller vändning upp och ned. Exempelvis tänker vi att en triangel med sidlängderna 10, 49 och 51 är densamma som en triangel med sidlängderna 10, 51 och 49.)

BASIC SERIES

Tehtäviä

(1) There is a triangle drawn inside a rectangle so that one side of the triangle is a side of the rectangle, and the opposite vertex of the triangle is on the opposite side of the rectangle. Which of the following are necessarily true?
  (a) The perimeter of the triangle is smaller than the perimeter of the rectangle,
  (b) The area of the triangle is half of the area of the rectangle.
  (c) The triangle has a right angle.
  (d) The triangle is an acute triangle.

(2) A cyclist wants to ride a 50 kilometer distance in two hours. When he has ridden 25 kilometers, he notices that his speed has been 21 kilometers per hour. Which speed the cyclist needs to have for the rest of the trip so that he achieves his goal?
  (a) about 28 kilometers per hour
  (b) about 29 kilometers per hour
  (c) about 30 kilometers per hour
  (d) about 31 kilometers per hour

(3) The side length of the attached square is 6. Inside the square there is a circle so that it tangents all the sides of the square. From each corner of the square there is drawn a line segment that ends on the circumference of the circle, and also intersects the circle in another point. These line segments are drawn so that four similar triangles are formed. When going through the figure clockwise we see that for each line segment, the point where the line segment intersects the circle the first time is the same point where the previous line segment ends. Determine the area of one of the little triangles.
  (a) 3
  (b) $\frac{41}{9}$
  (c) $\frac{9}{2}$
  (d) 6

(4) A random number a is selected from the interval $[2, 4]$. A triangle, whose sides are the coordinate axes and the line $y = 2x + a$, is formed. What is the probability that the area of the triangle is at least 2?
  (a) 0
  (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
  (c) $2 - \sqrt{2}$
  (d) 1

(5) Let f be a function defined for real numbers, having real numbers as values. We know that $f(x) = f(2021 - x)$ and $f(x + 10) = f(2010 - x)$ for all real numbers x. In addition we know that

$$f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 6.$$

Determine the value of the formula

$$f(16) + f(17) + f(18).$$

  (a) 16

(b) $\frac{11}{3}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) The value cannot be determined with the given information.

(6) Consider the number, whose decimal representation is obtained by writing the number 2023 repeatedly one after another 2022 times. What can be said about this number?

(Vaativa versio:)

(a) It is divisible by three.
(b) It is divisible by five
(c) It is divisible by seven.
(d) It is divisible by eleven.

(7) A baking tray is a rectangle, whose dimensions are 30 cm and 40 cm. One wants to bake a pizza that is as large as possible on the tray. The pizza has been split in two and the parts have been positioned as in the picture. What is the largest possible diameter for the pizza?

(8) There is at least one ball in the box, and there are fewer than 100 balls in a box. Each ball is either blue, red or white. There is an even number of red balls. The sum of the numbers of white and blue balls is four times the number of red balls. The sum of the numbers of red and blue balls is six times the number of white balls. How many balls are there in the box?

INTERMEDIATE SERIES

Tehtäviä

(1) A cyclist wants to ride a 50 kilometer distance in two hours. When he has ridden 25 kilometers, he notices that his speed has been 21 kilometers per hour. Which speed the cyclist needs to have for the rest of the trip so that he achieves his goal?
  (a) about 28 kilometers per hour
  (b) about 29 kilometers per hour
  (c) about 30 kilometers per hour
  (d) about 31 kilometers per hour

(2) A random number a is selected from the interval $[2, 4]$. A triangle, whose sides are the coordinate axes and the line $y = 2x + a$, is formed. What is the probability that the area of the triangle is at least 2?
  (a) 0
  (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
  (c) $2 - \sqrt{2}$
  (d) 1

(3) Consider the number, whose decimal representation is obtained by writing the number 2023 repeatedly one after another 2022 times. What can be said about this number?
  (Vaativa versio:)
  (a) It is divisible by three.
  (b) It is divisible by five
  (c) It is divisible by seven.
  (d) It is divisible by eleven.

(4) Let x and y be real numbers. Determine the least value of the formula

$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023$$

(5) There is at least one ball in the box, and there are fewer than 100 balls in a box. Each ball is either blue, red or white. There is an even number of red balls. The sum of the numbers of white and blue balls is four times the number of red balls. The sum of the numbers of red and blue balls is six times the number of white balls. How many balls are there in the box?

(6) Point O lies inside the parallelogram $ABCD$ so that$\angle AOB + \angle COD = 180°$. Show that $\angle OBC = \angle ODC$.

OPEN SERIES

Tehtäviä

(1) A random number a is selected from the interval $[2, 4]$. A triangle, whose sides are the coordinate axes and the line $y = 2x + a$, is formed. What is the probability that the area of the triangle is at least 2?
   (a) 0
   (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
   (c) $2 - \sqrt{2}$
   (d) 1

(2) There is a piece in every square of an ordinary 8×8-chess board. Each piece is moves at the same time either one step to the left of one step to the lower-right, if it is possible to move the piece without removing the piece out of the board. Which of the following are possible numbers of empty squares after each piece is moved exactly once?
   (a) 0
   (b) 4
   (c) 29
   (d) 33

(3) Let x and y be real numbers. Determine the least value of the formula

$$2x^2 + y^2 - 2xy - 2023$$

(4) There are fewer than 100 balls in a box. Each ball is either blue, red or white. There is an even number of red balls. The sum of the numbers of white and blue balls is four times the number of red balls. The sum of the numbers of red and blue balls is six times the number of white balls. How many balls are there in the box?

(5) Point O lies inside the parallelogram $ABCD$ so that$\angle AOB + \angle COD = 180°$. Show that $\angle OBC = \angle ODC$.

(6) How many such triangles are there that their sides are positive integers, that have the sum of the legnths of sides equal 100, that are not reduced (i.e. not just line segments), and that are different? (That they are different means that they cannot be obtained from each other by mirroring and/or rotating. For example, the triangle with side lengths 10, 49 and 51 is considered same as the triangle with side lenghts 10, 51 and 49.)