

Peruskoulun matematiikkakilpailun alkukilpailu

Kilpailuaika: 25.10. – 7.11.2023



Työskentelyaika: 45 min

Sallitut välineet: lyijykynä, viivain, pyyhekumi, suttupaperi

Oppilaan tiedot, joita käytämme oppilaan tunnistamiseen ja tavoittamiseen.

Oppilaan etunimi: _____

Oppilaan sukunimi: _____

Oppilaan sähköposti: _____

Oppilaan koulu: _____

1		/ 4 p
2		/ 4 p
3		/ 5 p
4		/ 4 p
5		/ 4 p
6		/ 6 p
Σ		/ 27 p

Osallistumalla kilpailuun annat luvan tulosten julkaisuun MAOL:in viestintäkanavissa. Mikäli kilpailun tulosta ei halua julkaistavan, se on erikseen kiellettävä.

- 13 vuotta täyttäneet (oppilas itse): Hyväksyn MAOL:in tietosuojaselosteen, jonka opettaja on näyttänyt minulle.
- Alle 13-vuotiaat (opettaja): Opettaja on saanut kuittauksen huoltajalta, että tämä hyväksyy tietosuojaselosteen.

Kilpailutehtävät jakautuvat kolmeen kategoriaan:



Niihin tehtäviin, joiden tehtävänumeron yhteydessä on tämä merkintä, riittää pelkkä vastaus mahdollisine yksiköineen.



Niihin tehtäviin, joiden tehtävänumeron yhteydessä on tämä merkintä, tulee merkitä vastauksen ja mahdollisen yksikön lisäksi myös välivaiheita.



Niihin tehtäviin, joiden tehtävänumeron yhteydessä on tämä merkintä, tulee kirjoittaa täysi perusteltu vastaus välivaiheineen, yksiköineen sekä selkeästi merkittyine vastauksineen.



Tehtävä 1

- a. Laske kuviossa olevien kolmioiden määrä.



Vastaus: _____

- b. Laske kuviossa olevien kolmioiden määrä.



Vastaus: _____

/ 4 p



Tehtävä 4

- a. Taneli vie kaatosateeseen ulos ämpärin ja vadin. Ämpäri ja vati ovat molemmat suorja ympyrälieriöitä. Ämpärin pohjan säde on 30 cm ja vadin 50 cm. Jos ämpäriin kertyy tunnissa 15 millimetriä vettä sateesta, kuinka monta millimetriä vatiin kertyy? [1 p]
- b. Paju lähtee koulusta klo 13.30 ja Pilvi kasvatustuntien jälkeen klo 14.00. Uudenmaan ainoa EZ-energiajuomamyymälä on Vihdin W-Market, johon on matkaa 90 km. Pajun mopon keskinopeus on 45 km/h. Millä keskinopeudella Pilvin olisi ajettava vähintään, että hän ehtisi W-Marketille Pajun kanssa yhtä aikaa? [1 p]
- c. Kahvia keittäessä Martigin suodatinkahvista tulee kolme kupillista jokaista lusikallista kahvia kohden. Södkvistin suodatinkahvista tulee neljä kupillista jokaista lusikallista kahvia kohden. Millä Martigin ja Södkvistin suodatinkahvien kahvisekoituksilla saat keitettyä 36 kupillista kahvia juhlavieraillesi? [2 p]

/ 4 p



Tehtävä 5

Yhtälön

$$x^3 + ax^2 + a^2x + 24 = 0$$

eräs ratkaisu on $x = a$. Selvitä tämän perusteella yhtälön

$$a^2x^2 + 2ax + 1 = 0$$

ratkaisu.

/ 4 p

Grundskolans inledande matematiktävling

Ordnas: 25.10. – 7.11.2023



Provtiden: 45 min

Tillåtna hjälpmedel: blyertspenna, linjal, suddgummi, kladdpapper

Information med vilken vi identifierar och kontaktar eleven:

Elevens förnamn: _____

Elevens efternamn: _____

Elevens e-postadress: _____

Elevens skola: _____

1		/ 4 p
2		/ 4 p
3		/ 5 p
4		/ 4 p
5		/ 4 p
6		/ 6 p
Σ		/ 27 p

Genom att delta i tävlingen ger du tillstånd att publicera tävlingens resultat på MAOLs kommunikationskanaler. Om du inte vill at resultatet publiceras, måste du särskilt förbjuda det.

- 13 år gammal eller äldre (eleven själv): Jag godkänner MAOLs dataskyddningsbeskrivningar som läraren har visat mig.
- Yngre än 13 år gammal (läraren): Läraren har fått ett meddelande från elevens vårnadshavare att de godkänner dataskyddningsbeskrivningarna.

Uppgifterna delas i tre kategorier:

-  För uppgifterna med denna anteckning i samband med uppgiftnumret räcker att svaret med eventuella enheter skrivs.
-  För uppgifterna med denna anteckning i samband med uppgiftsnumret ska svaret, eventuell enhet, samt mellansteg markeras.
-  För uppgifterna med denna anteckning i samband med uppgiftsnumret måste ett fullständigt och motiverat svar med mellansteg, enheter samt tydligt markerade svar skivas.

Uppgift 1

- a. Beräkna antalet trianglar i figuren.



Svar: _____

- b. Beräkna antalet trianglar i figuren.



Svar: _____

/ 4 p



Uppgift 2

Beräkna.

a. $4 + 5 \cdot 2 : 2 - 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $2^3 - 12 = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\frac{1200}{200} + 40 \cdot 1,5 = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $3\sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

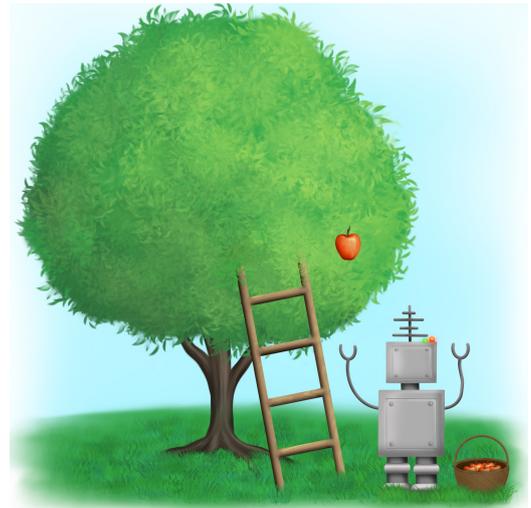
/ 4 p



Uppgift 3

Äppelodlaren Sanna skaffar från butiken en plockarrobot som plockar äpplen från träden när de är mogna. Använd kommandona för att skriva ett program åt roboten så att den kan plocka det sista mogna äpplet från träden och föra det till korgen som sitter på marken. Roboten behöver ta ett steg för att komma till stegen och nå äpplet från den andra stegpinnen. Du har följande kommandon till ditt förfogande:

- A1 Roboten tar ett steg framåt.
- A2 Roboten svänger 180 °.
- A3 Roboten tar ett steg uppåt.
- A4 Roboten tar ett steg neråt.
- B1 Roboten sträcker fram sin hand.
- B2 Roboten griper med sin utsträckt hand.
- B3 Roboten släpper sitt grepp.



Svar:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

/ 5 p



Uppgift 4

- a. Taneli för ut en ämbar och en skål i hällregnet. Ämbaret och skålen är båda cirkulära cylindrar. Ämbarets bottenradie är 30 cm och skålens 50 cm. Om det i ämbaret samlas 15 millimeter vatten från regnet på en timme, hur många millimeter samlas det i skålen? [1 p]
- b. Paju lämnar skolan klockan 13.30 och Pilvi efter lärandesamtalet klockan 14.00. Den enda butiken i Nyland som säljer EZ-energidricka är Vichtis W-Market. Det är 90 km till butiken. Pajus mopos medelhastighet är 45 km/h. Med vilken medelhastighet borde Pilvi minst köra med för att hinna till W-Marketen samtidigt som Paju? [1 p]
- c. Av Martigs filterkaffe får man tre koppar för varje sked kaffe. Av Södkvists filterkaffe får man fyra koppar för varje sked kaffe. Med vilka blandningar av Martigs och Södkvists filterkaffen kan du koka 36 koppar kaffe för dina gäster? [2 p]

/ 4 p



Uppgift 5

Ekvationen

$$x^3 + ax^2 + a^2x + 24 = 0$$

har en lösning $x = a$. Bestäm lösningen till ekvationen

$$a^2x^2 + 2ax + 1 = 0$$

med hjälp av den.

/ 4 p

Comprehensive school mathematics competition



Time period: Oct 25th – Nov 8th, 2023

Time allotted: 45 min

Equipment: a pencil, a ruler, an eraser, extra disposable paper

Information that we use to identify and contact the student.

Student's first name: _____

Student's last name: _____

Student's email: _____

Student's school: _____

1		/ 4 p
2		/ 4 p
3		/ 5 p
4		/ 4 p
5		/ 4 p
6		/ 6 p
Σ		/ 27 p

By participating, you give permission to publish the competition results online on MAOL ry's communication channels. If you do not want the competition result to be published, this must be prohibited specifically and separately,

- 13-year-olds and older (student themselves): I comply with the MAOL ry privacy policy shown to me by the teacher.
- Other students (teacher): The teacher has gotten a written confirmation from the student's guardian that they comply with the MAOL ry privacy policy.

The tasks are divided into three categories:



For those tasks with this symbol next to the task number, an answer only, with a possible unit, is sufficient.



For those tasks with this symbol next to the task number, intermediate steps should also be given in addition to the answer and its possible unit.



For those tasks with this symbol next to the task number, a complete, justified answer with full intermediate steps, units, and clearly marked answers, is expected.



Task 1

- a. Count how many triangles are in the figure.



Answer: _____

- b. Count how many triangles are in the figure.



Answer: _____

/ 4 p



Task 2

Calculate.

a. $4 + 5 \cdot 2 : 2 - 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $2^3 - 12 = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\frac{1200}{200} + 40 \cdot 1,5 = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $3\sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

/ 4 p

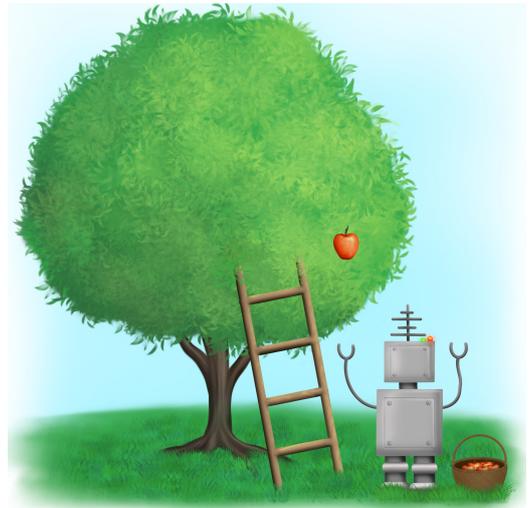


Task 3

Cecilia the apple farmer procures an apple picking robot that gathers apples from her trees when they are ripe. Use the commands below to write the robot a program that the robot can follow to gather the final ripe apple from a tree and to place it in a basket on the ground. The robot needs to take one step to reach the ladder, and it will reach the apple while standing on the second step of the ladder.

You have the following commands at your disposal:

- A1 The robot takes one step forward.
- A2 The robot turns around by 180 °.
- A3 The robot takes one step upward.
- A4 The robot takes one step downward.
- B1 The robot reaches out with its arm.
- B2 The robot grabs with its hand while keeping its arm extended.
- B3 The robot lets go of the object in its hand.



Answer:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

/ 5 p



Task 4

- a. Daniel takes a bucket and a dish out when it is pouring down rain. Both the bucket and the dish are both right cylinders with circular bases. The radius of the base of the bucket is 30 cm, and that of the dish is 50 cm. If 15 millimetres of rainwater accumulate in the bucket in an hour, how many millimetres of water accumulate in the dish in an hour? [1 p]
- b. Willow leaves school at 13.30, and Emerson leaves after a disciplinary discussion is over at 14.00. The only store selling the energy drink EZ in the Uusimaa region is the W-Martket in Vihti, the distance to which is 90 km. The average speed of Willow's moped is 45 km/h. At what average speed does Emerson have to drive so that they arrive at the store at the same time? [1 p]
- c. When brewing filter coffee, a spoonful of Martig coffee blend equals three cups of coffee. Likewise, a spoonful of Södkvist coffee blend equals four cups of coffee. Which mixtures of Martig and Södkvist blends can you use to serve 36 cups of coffee for your guests? [2 p]

/ 4 p



Task 5

One of the solutions to the equation

$$x^3 + ax^2 + a^2x + 24 = 0$$

is $x = a$. Solve the equation

$$a^2x^2 + 2ax + 1 = 0$$

based on this information.

/ 4 p

Pisteytysohje

Pisteytä oppilaiden vastaukset näiden pisteytysohjeiden mukaisesti. Merkitse oppilaan kustakin tehtävästä saamat pisteet myös oppilaspaperin ensimmäisen sivun pistetaulukkoon. Lähetä 16 pistettä saavuttavat paperit pdf-tiedostoina työryhmällemme tämän dokumentin opettajan ohjeen mukaisesti.

Tehtävä 1

- a. 5 kolmiota [2 p]
- b. 17 kolmiota [2 p]

Tehtävä 2

- a. -1 [1 p]
- b. -4 [1p]
- c. 66 [1p]
- d. 12 [1p]

Tehtävä 3

Pisteytys perustuu siihen, kuinka monta oikeaa merkkiä ratkaisuna annetun merkkijonon alussa on.

Yksi oikea ratkaisu: (A2) A1 A3 A3 B1 B2 A4 A4 A2 A1 B3

[1 p] (A2) A1 A3 A3

[2 p] (A2) A1 A3 A3 B1 B2

[3 p] (A2) A1 A3 A3 B1 B2 A4 A4

[4 p] (A2) A1 A3 A3 B1 B2 A4 A4 A2 A1

[5 p] (A2) A1 A3 A3 B1 B2 A4 A4 A2 A1 B3

Tehtävä 4

- a. Pelkästä perustelemattomastakin vastauksesta [1 p].

Esimerkkiratkaisu: Sataneen vesipatsaan korkeus ei riipu lieriön muotoisen astian pohjan muodosta. Vettä sataa siis 15 mm.

- b. Pelkästä perustelemattomastakin vastauksesta [1 p].

Esimerkkiratkaisu: Keskinopeuden perusteella Pajulta kestää kulkea kaupalle $\frac{90 \text{ km}}{45 \text{ km/h}} = 2 \text{ h}$. Jotta Paju ja Pilvi saapuisivat kaupalle yhtä aikaa, Pilviltä tulee

kulua matkaan 1,5 h, joten hänen keskinopeutensa on vähintään $\frac{90 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

- c. Toisesta perustelemattomastakin sekoituksista [1 p]. Molemmista perustelemattomistakin sekoituksista [2 p].

Esimerkkiratkaisu: Jos Martigin kahvia käytetään m lusikallista ja Södkvistin s lusikallista, saadaan yhtäsuuruus $3m + 4s = 36$. Tämän ratkaisuksi saadaan esimerkiksi taulukoimalla sekoitus $m = 8, s = 3$ sekä sekoitus $m = 4, s = 6$.

Tehtävä 5

Esimerkkiratkaisu: Tiedetään, että

$$a^3 + a^3 + a^3 + 24 = 0,$$

eli

$$3a^3 = -24$$

ja siis $a^3 = -8$. Tämän ainut ratkaisu on $a = -2$.

Tarkasteltava yhtälö saa siis muodon

$$4x^2 - 4x + 1 = 0.$$

Tämä on sama kuin

$$(2x - 1)^2 = 0$$

ja siis

$$x = \frac{1}{2}.$$

Pisteytys:

Sijoituksesta $a^3 + a^3 + a^3 + 24 = 0$ [1 p].

Perustellusta ratkaisusta $a = -2$ [1 p].

Sijoituksesta $4x^2 - 4x + 1 = 0$ [1 p].

Perustellusta ratkaisusta $x = \frac{1}{2}$ [1 p].

Ratkaisu $a = -2$ ilman perustelua [0 p].

Ratkaisu $x = \frac{1}{2}$ ilman perustelua [0 p].

Jos oppilas on ratkaissut ennen tehtävänannon korjausta olleen yhtälön $4x^2 - 2x + 1 = 0$ ja todennut, ettei tällä ole ratkaisua, hän saa [4 p].

Tehtävä 6

a. Lukujono on aritmeettinen, koska $d = 2 = 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = \dots$ [1 p]

Lukujono ei ole geometrinen, koska $\frac{8}{6} = \frac{4}{3} \neq 2 = \frac{4}{2}$. [1 p]

b. Lukujono ei ole aritmeettinen, koska $-10 - 5 = -15 \neq 30 = 20 - (-10)$. [1 p]

Lukujono on geometrinen, koska $q = -2 = \frac{-10}{5} = \frac{20}{-10} = \frac{-40}{20} = \dots$ [1 p]

c. Perustelemattomastakin vastauksesta 14 [1 p].

Perustelemattomastakin vastauksesta 320 [1 p].

Esimerkkiratkaisu:

Kohdan a. lukujonolle

$$a_7 = a_1 + (n - 1)d = 2 + (7 - 1) \cdot 2 = 2 + 6 \cdot 2 = 14.$$

Kohdan b. lukujonolle

$$b_7 = a_1 q^{7-1} = 5 \cdot (-2)^{7-1} = 5 \cdot (-2)^6 = 5 \cdot 64 = 320.$$