2. Kokeellinen tehtävä: Viivaimen taipuminen 15 p.

Osoita, että viivaimen taipumista vastustava voima on harmoninen. Mikä on tähän voimaan liittyvä harmonisen voiman vakio?

Tee vähintään viisi eri mittausta ja hyödynnä graafista esitystä.

Anna vastauksessasi kaikki mittaustulokset ja kerro, miten käytit annettuja välineitä ja mitä mittauksia teit. Pohdi myös, mitä virhelähteitä määritykseen liittyy.

Vinkkejä:
Aseta viivain siten, että pöydän reunan yli oleva osa on noin 15 cm pitkä.
Paina mittausten aikana viivainta napakasti pöytää vasten.
Taivuta viivainta korkeintaan 4 cm.

Välineet:
kaksi viivoitinta, teippiä, sinitarraa, kolikoita tms., vaaka, viivoittimeen kiinnitettävä kori tai pussi tai vastaava kolikoille, lankaa

Ratkaisu

Esimerkki koejärjestelystä ja kokeen kulusta:

Taivutettava viivain kiinnitetään pöytään siten, että noin 15 cm on pöydän reunan yli.

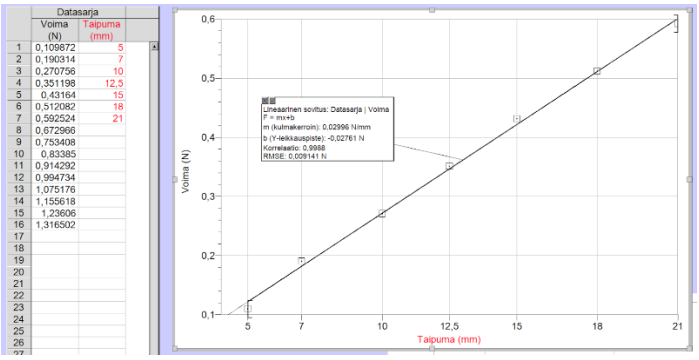
Pussi kiinnitetään langalla viivaimeen siten, että voima kohdistuu mahdollisimman lähelle viivaimen kärkeä.

Toinen viivain kiinnitetään seinään/statiiviin siten, että siitä voidaan lukea viivaimen taipuma.

Lisätään pussiin punnuksia ja määritetään kokonaismassa punnuksille. Mitataan taipuman suuruus eri kuormilla.

Mittaustulokset ja niiden käsittely:

NII: Taivuttava voima on punnusten ja pussin paino(voima).
Lasketaan massoista taivuttavat voimat G = mg.
Esitetään tulokset graafisesti voima taipuman funktiona.



	Datasarja	
	Voima (N)	Taipuma (mm)
1	0,109872	5
2	0,190314	7
3	0,270756	10
4	0,351198	12,5
5	0,43164	15
6	0,512082	18
7	0,592524	21
8	0,672966	
9	0,753408	
10	0,83385	
11	0,914292	
12	0,994734	
13	1,075176	
14	1,155618	
15	1,23606	
16	1,316502	

Päätelmät:

Mittausten perusteella taipuma ja taivuttava voima ovat suoraan verrannolliset (vakiotermi suoran sovituksessa pieni tai sovitettu origon kautta kulkeva suora).
Harmonisen voiman vakio saadaan kuvaajan kulmakertoimesta. Se on noin 0,03 N/mm eli noin 30 N/m.

Virhelähteet:

Merkittävin virheen aiheuttaja on taipuman suuruuden lukeminen millimetrin tarkkuudella viivoittimella.
Vaa'an tarkkuus aiheuttaa todennäköisesti pienemmän virheen.

3. Energian tuotanto 10 p.

Ilmoita kaikissa kohdissa vastauksena pelkkä tulos eli lukuarvo yksiköineen ilman laskuja tai perusteluja.

3.1 Kotona käytettävien sähkölaitteiden energiankulutus vuorokaudessa on seuraava:

- jääkaappi: 0,10 kWh
- sähköuuni: 1,2 kWh
- pyykinpesukone: 0,80 kWh
- valaistus: 0,50 kWh
- sähköauton lataus: 6,0 kWh

Kodin aurinkopaneelijärjestelmä tuottaa 8,0 kWh sähköenergiaa vuorokaudessa. Laske kuinka paljon sähköä täytyy ostaa sähköverkosta kuukaudessa. Kuukaudessa on 30 vuorokautta. Anna vastaus kilowattitunteina (kWh). **2 p.**

$$E_{kulutus} = 0{,}10\ \text{kWh} + 1{,}2\ \text{kWh} + 0{,}80\ \text{kWh} + 0{,}50\ \text{kWh} + 6{,}0\ \text{kWh} = 8{,}6\ \text{kWh}$$

$$E_{osto} = E_{kulutus} - E_{tuotto} = 8{,}6\ \text{kWh} - 8{,}0\ \text{kWh} = 0{,}6\ \text{kWh}$$

kuukaudessa: $E_{osto,kk} = 30 \cdot 0{,}6\ \text{kWh} = 18\ \text{kWh}$

3.2 Sähköautolla ajettiin 350 km:n matka edestakaisin samalla keskinopeudella 90,0 km/h. Menomatkalla polkupyörät kuljetettiin auton katolla, jolloin auton energiankulutus oli 21,8 kWh / 100 km. Paluumatkalla polkupyörät kuljetettiin auton sisällä, jolloin kulutus oli 15,0 kWh / 100 km. Sähköautoa ladattiin 11,2 kW:n latausteholla ensin menomatkan jälkeen ja sitten paluumatkan jälkeen. Kuinka paljon pidempään menomatkalla kulutetun energian lataus kestää paluumatkalla kulutetun energian lataukseen verrattuna? Ilmoita latausaikojen ero yksikössä tunti (h) kahdella merkitsevällä numerolla. **2 p.**

latausaika menomatkalla: $t_{meno} = \frac{E_{meno}}{P} = \frac{350\ \text{km} \cdot \frac{21{,}8\ \text{kWh}}{100\ \text{km}}}{11{,}2\ \text{kW}} = \frac{76{,}3\ \text{kWh}}{11{,}2\ \text{kW}} = 6{,}8125\ \text{h}$

latausaika paluumatkalla: $t_{paluu} = \frac{E_{paluu}}{P} = \frac{350\ \text{km} \cdot \frac{15{,}0\ \text{kWh}}{100\ \text{km}}}{11{,}2\ \text{kW}} = \frac{52{,}5\ \text{kWh}}{11{,}2\ \text{kW}} = 4{,}6875\ \text{h}$

latausaikojen erotus: $t_{meno} - t_{paluu} = 6{,}8125\ \text{h} - 4{,}6875\ \text{h} = 2{,}125\ \text{h} \approx 2{,}1\ \text{h}$

3.3 Vesivoimalaitos hyödyntää 15 metrin korkeuseroa ja veden virtausnopeus on 120 m^3/s. Hyötysuhde on 90,0 %. Laske voimalan tuottama sähköteho. Ilmoita tulos kilowatteina (kW). **2 p.**

$$P = \eta\frac{\Delta E_{pot}}{t} = \eta\frac{mgh}{t} = \eta\frac{\rho V gh}{t} = \eta\rho\frac{V}{t}gh$$
$$= 0{,}900 \cdot 1\ 000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 120\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15\ \text{m} = 15\ 892\ 200\ \text{W} \approx 16\ 000\ \text{kW}$$

hyv. myös 15 900 kW

Jos laskussa käytetään vedellä tiheyttä $998{,}20\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, tulokseksi saadaan 15 863 594,04 W, joka pyöristyy edelleen joko 16 000 kW:iin tai 15 900 kW:iin.

3.4 Liisan kodissa käytetään ilmalämpöpumppua jäähdytykseen helteisenä päivänä. Lämpöpumpun jäähdytysteho on 2,5 kW ja sen suorituskyvyksi ilmoitetaan 3,2. Laitetta käytetään klo 12:00–18:00. Laske jäähdytyksen kustannus euroissa (€), kun sähkön hinta on 14,5 snt/kWh.

Ilmalämpöpumpun suorituskyky ilmaisee lämpöpumpun siirtämän lämpömäärän ja sähköverkosta otetun sähköenergian suhteen. **2 p.**

ilmalämpöpumpun tekemä työ eli sähkönergian kulutus: $W = \frac{Q}{\varepsilon} = \frac{Pt}{\varepsilon}$

$$\text{hinta} = \frac{2{,}5\ \text{kW} \cdot 6{,}0\ \text{h}}{3{,}2} \cdot 14{,}5\ \frac{\text{snt}}{\text{kWh}} = 67{,}968\ 75\ \text{snt} \approx 0{,}68\ €$$

3.5 Tuulivoimalan tuottoteho riippuu tuulen nopeudesta *v*, ilman tiheydestä ρ, hyötysuhteesta η ja roottorin siiven pituudesta *r* seuraavasti:

$$P = \frac{1}{2}\eta \cdot \rho \cdot \pi r^{\,2} \cdot v^{\,3}$$

Tuulivoimalaitoksen roottorin halkaisija on 120 metriä, ja sen pyyhkäisypinta-alan läpi kulkee 105 tonnia ilmaa sekunnissa. (Pyyhkäisypinta-ala tarkoittaa roottorin pyöriessään pyyhkäisemän pinnan alaa.) Ilman tiheys on 1,225 kg/m^3, ja voimalan hyötysuhde on 38 %. Laske, kuinka suuri on tuulivoimalan tuottoteho näissä olosuhteissa. Ilmoita tulos kilowatteina (kW). **2 p.**

ilman nopeus v roottorin pyyhkäisemän pinta-alan $A = \pi r^2$ läpi aikayksikössä kulkevan ilman määrän $\frac{m}{t}$ perusteella: $\frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \frac{\rho A s}{t} = \rho A v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m}{\rho A t} = \frac{1}{\rho A} \cdot \frac{m}{t}$; sijoitetaan

$$\Rightarrow \quad P = \frac{1}{2}\eta\rho A\left(\frac{1}{\rho A} \cdot \frac{m}{t}\right)^3 = \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\rho A}\right)^2\left(\frac{m}{t}\right)^3$$

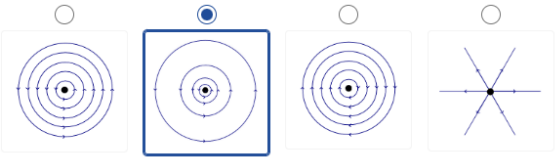
$$P = \frac{1}{2} \cdot 0{,}38 \cdot \left(\frac{1}{1{,}225\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi\left(\frac{120\ \text{m}}{2}\right)^2}\right)^2 \cdot \left(105\ 000\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)^3 = 1\ 145\ 894{,}339\ \text{W} \approx 1\ 100\ \text{kW}$$

hyv. myös 1 150 kW

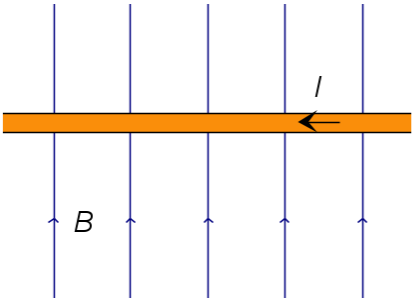
4. Monivalintatehtävä 20 p.

Valitse mielestäsi sopivin vaihtoehto, vain yksi.

4.1 Mikä kuvista vastaa parhaiten virtajohtimen ympärille muodostuvaa magneettikenttää, kun keskellä olevassa johtimessa on sähkövirta kohti katsojaa? **2 p.**

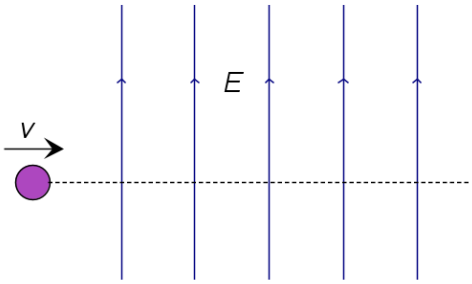


4.2 Minkä suuntainen voima kohdistuu virtajohtimeen, joka on magneettikentässä? Magneettikentän suunta on ylöspäin ja sähkövirta johtimessa on oikealta vasemmalle. **2 p.**



- ylöspäin
- poispäin katsojasta
- alaspäin
- kohti katsojaa

4.3 Varauksellinen hiukkanen saapuu nopeusvalitsimeen vasemmalta. Sähkökentän suunta nopeusvalitsimessa on ylöspäin. Minkä suuntainen magneettikentän pitää olla, jotta hiukkanen voi kulkea nopeusvalitsimen läpi suoraan? **2 p.**



- Magneettikentän suunta riippuu siitä, onko hiukkanen positiivinen vai negatiivinen.
- kohti katsojaa
- alaspäin eli päinvastainen kuin sähkökentän suunta
- poispäin katsojasta

4.4 Metallirengas on kuvan mukaisesti magneettikentässä, jonka suunta on kohti katsojaa. Minkä suuntainen sähkövirta renkaaseen indusoituu, kun rengasta liikutetaan ylöspäin? **2 p.**

- myötäpäivään
- vastapäivään
- Renkaaseen ei indusoidu sähkövirtaa ylöspäin liikutettaessa.
- Sähkövirran suuntaa ei voi päätellä annetuilla tiedoilla.

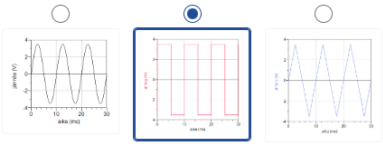
4.5 Metallirengas on kuvan mukaisessa magneettikentässä, jonka suunta on kohti katsojaa. Minkä suuntainen sähkövirta renkaaseen indusoituu, kun rengasta liikutetaan oikealle? **2 p.**

- myötäpäivään
- Renkaaseen ei indusoidu sähkövirtaa oikealle liikutettaessa.
- Sähkövirran suuntaa ei voi päätellä annetuilla tiedoilla.
- vastapäivään

4.6 Käämiä pyöritetaan homogeenisessa magneettikentässä siten, että käämin silmukat ovat välillä poikittain magneettikentässä ja välillä magneettikentän kenttäviivojen suuntaisesti. Käämin napojen välille indusoituu tällöin jännite. Mikä seuraavista seikoista EI vaikuta induktiojännitteen huippuarvon suuruuteen? **2 p.**

- käämin pyöritysnopeus
- magneettikentän magneettivuon tiheys
- käämin resistanssi
- käämin silmukoiden lukumäärä ja pinta-ala

4.7 Vastus kytketään vaihtojännitelähteeseen, jonka jännitteen muotoa voidaan vaihtaa. Oheiset kuvaajat esittävät vastuksen napojen välistä jännitettä ajan funktiona. Missä annetuista tapauksista vastuksen keskimääräinen teho P on yhtä suuri kuin huipputeho P_0 ? **2 p.**



- Yhdessäkään annetuista tilanteista keskimääräinen teho ei ole yhtä suuri kuin huipputeho.

4.8 Mikä seuraavista EI lähetä valoa eli sähkömagneettista säteilyä? **2 p.**

- sammutettu hehkulamppu
- jääpala
- kuumana hohkaava lämpöpatteri
- Kaikki mainitut vaihtoehdot lähettävät valoa.

4.9 Mikä seuraavista muodostuu valon dispersion takia? **2 p.**

- varjo
- kangastus
- sateenkaari
- peilikuva

4.10 Punainen laservalo ohjataan kohti hilaa, jossa on 100 rakoa millimetrillä. Seinällä hilan toisella puolella havaitaan joukko punaisia valotäpliä. Mikä seuraavista muutoksista siirtää valotäplät lähemmäksi toisiaan? **2 p.**

- Laseri siirretään lähemmäksi hilaa.
- Hila vaihdetaan toiseen, jossa on 300 rakoa millimetrillä.
- Punainen laseri vaihdetaan vihreään laseriin.
- Hila siirretään kauemmaksi seinästä.

5. Kuparinen vesiputki 15 p.

Kesämökin kuparisen lämminvesiputken ulkohalkaisija on 18,0 mm ja sisähalkaisija 15,0 mm. Putkesta 6,5 metrin pituinen osa kulkee ulkoilmassa ja sen sisällä oleva vesi on jäätynyt. Ulkoilman lämpötila on -5,0 °C .

5.1 Laske putken ulkoilmassa olevan osan resistanssi. **3 p.**

putken ulkohalkaisija $r_u = \frac{d_u}{2} = \frac{18{,}00\ \text{mm}}{2} = 9{,}00\ \text{mm}$

putken sisähalkaisija $r_s = \frac{d_s}{2} = \frac{15{,}00\ \text{mm}}{2} = 7{,}50\ \text{mm}$

putken pituus $l = 6{,}5\ \text{m}$

kuparin resistiivisyys $\rho_R = 1{,}678 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ (lämpötila 20°C)

Putken resistanssi saadaan materiaalin resistiivisyydestä, putken poikkipinta-alasta ja putken pituudesta. Koska putki on ontto, poikkipinta-ala saadaan ulkohalkaisijaa vastaavan ympyrän pinta-alan ja sisähalkaisijaa vastaavan ympyrän pinta-alan erotuksena.

$$R = \rho_R \frac{l}{A_{putki}} = \rho_R \frac{l}{\pi r_u^2 - \pi r_s^2}$$

$$R = 1{,}678 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \cdot \frac{6{,}5\ \text{m}}{\pi \cdot \left((0{,}009\ 00\ \text{m})^2 - (0{,}007\ 50\ \text{m})^2\right)} = 1{,}402\ 749\ 87 \cdot 10^{-3}\ \Omega \approx 1{,}4\ \text{m}\Omega$$

Huomautus:

Kuparin resistiivisyys on ilmoitettu lämpötilassa 20 °C. Tehtävässä kupariputki on alussa lämpötilassa -5,0 °C ja lopussa lämpötilassa 0 °C. Tällöin sen resistiivisyys on hieman pienempi kuin taulukossa ilmoitettu arvo. Tutkitaan, kuinka merkittävä resistiivisyyden muutos on.

kuparin resistiivisyyden lämpötilakerroin $\alpha_R = 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{K}}$

resistiivisyyden yhtälö lämpötilan muuttuessa: $\rho_R = \rho_{R.0}\,(1 + \alpha_R \Delta T)$

Lasketaan resistiivisyys -5,0 °C:ssa ja 0 °C:ssa:

$$\rho_R\,(-5{,}0\ °C) = 1{,}678 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \cdot \left(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{K}} \cdot (-25\ \text{K})\right) = 1{,}514\ 395 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$$

$$\rho_R\,(0\ °C) = 1{,}678 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m} \cdot \left(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{K}} \cdot (-20\ \text{K})\right) = 1{,}547\ 116 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$$

Resistanssit olisivat nyt $R(-5{,}0\ °\text{C}) \approx 1{,}266\ \text{m}\Omega$ ja $R(0°\text{C}) = 1{,}293\ \text{m}\Omega$. Myös putken pituus ja halkaisijat muuttuvat lämpötilan muuttuessa, mutta oletetaan, että annetut arvot ovat -5,0 °C:ssa, jolloin muutos lämpötilassa on vain 5,0 °C ja lämpölaajenemisen vaikutus jää vähäiseksi.

5.2 Mökin omistaja huomaa putkessa olevan veden jäätyneen ja päättää sulattaa jään kytkemällä auton akun putken päihin. Akun napajännite on 11,8 V. Kuinka kauan kestää, että kaikki putken sisältämä jää sulaa? Oletetaan putken pysyvän koko ajan lämpötasapainossa sen sisältämän veden ja jään kanssa. Oletetaan myös, että akusta saatavasta lämmitysenergiasta 35 % siirtyy ympäristöön. **12 p.**

kuparin tiheys $\rho_{Cu} = 8\ 960\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

jään tiheys $\rho_j = 917\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

kuparin ominaislämpökapasiteett $c_{Cu} = 0{,}387\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

jään ominaislämpökapasiteetti $c_j = 2{,}09\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

jään ominaissulamislämpö $s_j = 333\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

lämpötilan muutos $\Delta T = 0{,}0°\text{C} - (-5{,}0°\text{C}) = 5{,}0\ °\text{C} = 5{,}0\ \text{K}$

akun napajännite $U = 11{,}8\ \text{V}$

lämmityksen hyötysuhde $\eta = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$

Energiaa tarvitaan kupariputken ja jään lämmittämiseen sekä jään sulattamiseen:

$$Q = c_{Cu} m_{Cu} \Delta T + c_j m_j \Delta T + s m_j$$

Massat voidaan laskea tilavuuden ja tiheyden avulla: $m = \rho V$.

Kuparin tilavuus on putken tilavuus $V_{putki} = l A_{putki} = l\pi\left(r_u^2 - r_s^2\right)$ ja jään tilavuus putken sisällä olevan ympyrälieriön tilavuus $V_j = l A_s = l\pi r_s^2$.

Lämmitys tapahtuu sähkövirran välityksellä, joten lämmityksen teho on $P = UI = \frac{U^2}{R}$.

Putkelle ja jäälle siirtynyt energia saadaan tehosta, ajasta ja lämmityksen hyötysuhteesta: $E = \eta P \Delta t = \eta \frac{U^2}{R} \Delta t$

Merkitään tarvittava lämpömäärä ja siirtynyt energia yhtä suuriksi ja ratkaistaan aika:

$$c_{Cu} m_{Cu} \Delta T + c_j m_j \Delta T + s m_j = \eta \frac{U^2}{R} \Delta t$$

$$\Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\left(c_{Cu} m_{Cu} \Delta T + c_j m_j \Delta T + s m_j\right) R}{\eta U^2}$$

sijoitetaan massojen lausekkeet $\Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\left(c_{Cu} \rho_{Cu} l\pi\left(r_u^2 - r_s^2\right) \Delta T + \left(c_j \Delta T + s\right) \rho_j l r_s^2\right) R}{\eta U^2}$

$$\Delta t = \frac{\left(\left(378\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}} \cdot 8\ 960\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 6{,}5\ \mathrm{m} \cdot \pi\left((0{,}009\ 00\ \mathrm{m})^2 - 0{,}007\ 50\ \mathrm{m}\right)^2\right) \cdot 5{,}0\ \mathrm{K} + \left(2\ 090\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}} \cdot 5{,}0\ \mathrm{K} + 333\ 000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right) \cdot 917\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 6{,}5\ \mathrm{m} \cdot \pi(0{,}007\ 50\ \mathrm{m})^2\right) \cdot 0{,}001\ 402\ 75\ \Omega}{0{,}65 \cdot (11{,}8\ \mathrm{V})^2}$$

$$\approx 5{,}739\ 53\ \mathrm{s} \approx 5{,}8\ \mathrm{s}$$

Huomautuksia:

Eri resistanssin arvoilla saadaan 5,2 s ja 5,3 s. Suuruusluokka on sama eli reilu viisi sekuntia, alle kuusi sekuntia.

Jos putken ja jään lämmitys on unohdettu, sulatus kestää 5,436 s. Putken ja jään lämmitys vaatii aikaa vain 0,303 s.

Putken sähkölämmityksen teho on aika epärealistisen suuri (99 kW - 110 kW), joten lämmitysajat jäävät lyhyiksi.

6. Eksoplaneetta 15 p.

Erään eksoplaneetan massa on 4,5-kertainen Maan massaan nähden ja säde 1,6-kertainen Maan keskimääräiseen säteeseen verrattuna. Vuorokauden pituus eksoplaneetalla on vaivaiset 2,7 tuntia. Kuvitellaan, että vapaasti putoavan kappaleen liikettä voidaan tarkkailla eksoplaneetan pinnan läheisyydessä. Oletuksena on, että eksoplaneetta on täydellisen pallon muotoinen.

6.1 Mikä olisi eksoplaneetan *navalla* vapaasti putoavan kappaleen havaittu putoamisen kiihtyvyys? **6 p.**

eksoplaneetan massa M = 4,5 · 5,9723 · 10^{24} kg = 2,687535 · 10^{25} kg

eksoplaneetan säde r = 1,6 · 6 371 000 m = 10 193 600 m

Oletetaan, että eksoplaneetta on pallon muotoinen. Eksoplaneetan navalla putoavan kappaleen kiihtyvyys on suoraan gravitaatiovoiman aiheuttama kiihtyvyys. Newtonin II lain mukaan $F_{\text{gravitaatio}} = ma_{\text{putoaminen}}$, josta m-massaisen kappaleen kiihtyvyydeksi saadaan

$$\gamma \frac{M\cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}a_{\text{putoaminen}}$$

$$a_{\text{putoaminen}} = \gamma \frac{M}{r^2}$$

$$= 6{,}674\ 30 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{4{,}5 \cdot 5{,}9723 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}}{(1{,}6 \cdot 6\ 371\ 000\ \mathrm{m})^2} = 17{,}2625\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 17\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Putoamiskiihtyvyys voidaan ratkaista myös verrannolla:

$$\frac{F_{Maa}}{F_{ekso}} = \frac{g_{Maa}}{g_{ekso}} \quad \Rightarrow \quad g_{ekso} = g_{Maa} \cdot \frac{F_{ekso}}{F_{Maa}}$$

sij. Newtonin gravitaatiolain mukaiset lausekkeet F_{ekso} :lle ja F_{Maa} :lle

$$\Rightarrow \quad g_{ekso} = g_{Maa} \cdot \frac{\gamma \frac{m \cdot 4{,}5M}{(1{,}6R)^2}}{\gamma \frac{mM}{R^2}} = g_{Maa} \cdot \frac{4{,}5}{1{,}6^2}$$

6.2 Entä mikä olisi eksoplaneetan *ekvaattorilla* vapaasti putoavan kappaleen havaittu putoamisen kiihtyvyys? **9 p.**

eksoplaneetan massa $M = 4{,}5 \cdot 5{,}9723 \cdot 10^{24}$ kg = $2{,}687535 \cdot 10^{25}$ kg

eksoplaneetan säde $r = 1{,}6 \cdot 6\,371\,000$ m = 10 193 600 m

eksoplaneetan kiertoaika akselin ympäri $T = 2{,}7$ h = $2{,}7 \cdot 3600$ s = 9 720 s

Ekvaattorilla putoava kappale on myös ympyräliikkeessä eksoplaneetan pinnan läheisyydessä. Gravitaatiovoima antaa kappaleelle ympyräliikkeen normaalikiihtyvyyden ja putoamiseen liittyvän kiihtyvyyden. Kirjoitetaan putoavan kappaleen Newtonin II lain mukainen liikeyhtälö.

$$F_{\text{gravitaatio}} = ma_{\text{n}} + ma_{\text{putoaminen}}$$

$$\gamma \frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} + ma_{\text{putoaminen}}$$

$$\gamma \frac{M\cancel{m}}{r^2} = \cancel{m}\frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} + \cancel{m}a_{\text{putoaminen}}$$

$$\gamma \frac{M}{r^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r} + a_{\text{putoaminen}}$$

$$a_{\text{putoaminen}} = \gamma \frac{M}{r^2} - \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$= 6{,}674\,30 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{4{,}5 \cdot 5{,}9723 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(1{,}6 \cdot 6\,371\,000\ \text{m})^2} - \frac{4\pi^2 \cdot 1{,}5 \cdot 69\,911\,000\ \text{m}}{(2{,}7 \cdot 3\,600\ \text{s})^2}$$

$$= 13{,}0031\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 13\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$