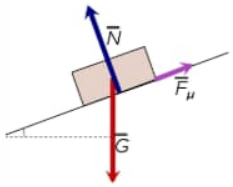
2. Vuorovaikutus ja liike 10 p.

Tarkastellaan laatikkoa kaltevalla tasolla.

2.1 Vuorovaikutus **6 p.**

Yhdistä kuvaukseen sopiva voimakuvio.

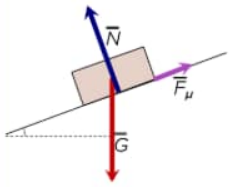
Laatikko pysyy paikoillaan.



F_μ = lepokitkavoima
N = pinnan tukivoima
G = paino

2 p.

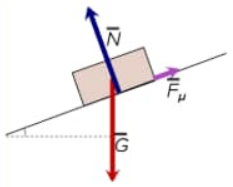
Laatikko liukuu tasaisesti kaltevaa tasoa alaspäin.



F_μ = liukukitkavoima
N = pinnan tukivoima
G = paino

2 p.

Laatikko liukuu kiihtyen kaltevaa tasoa alaspäin.



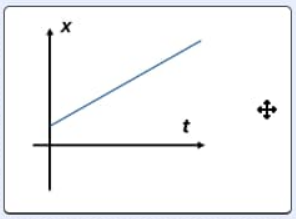
F_μ = liukukitkavoima
N = pinnan tukivoima
G = paino

2 p.

2.2 Liike **4 p.**

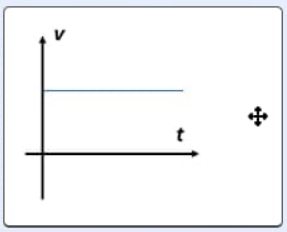
Yhdistä liikkeeseen sopiva koordinaatisto ja kuvaajan muoto. Tarkastelusuunta on tason suunta.

paikan kuvaaja, kun laatikko liukuu tasaisesti kaltevaa tasoa alaspäin



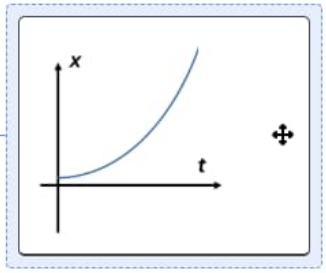
1 p.

nopeuden kuvaaja, kun laatikko liukuu tasaisesti kaltevaa tasoa alaspäin



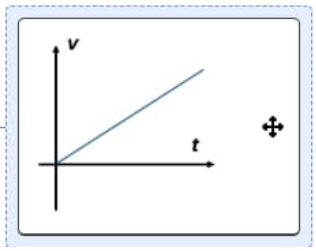
1 p.

paikan kuvaaja, kun laatikko liukuu tasaisesti kiihtyen kaltevaa tasoa alaspäin



1 p.

nopeuden kuvaaja, kun laatikko liukuu tasaisesti kiihtyen kaltevaa tasoa alaspäin



1 p.

3. Energian tuotanto 20 p.

Ilmoita kaikissa kohdissa vastauksena pelkkä tulos eli lukuarvo yksiköineen ilman laskuja tai perusteluja.

3.1 Alla on lueteltu viisi eri energiantuotantomuotoa ja erilaisia hyötytehoja. Yhdistä oikea teho oikeaan tuotantomuotoon. **5 p.**

Kodin aurinkopaneelijärjestelmä	5 kW	1 p.
Hiilivoimala	560 MW	1 p.
Tuulivoimala (yksi suuri yksikkö)	1200 kW	1 p.
Ydinvoimalaitos	1000 MW	1 p.
Vesivoimalaitos (keskikokoinen)	15 MW	1 p.

3.2 Kotona käytettävien sähkölaitteiden päivittäinen energiankulutus on seuraava:

- Jääkaappi: 0,10 kWh
- Sähköuuni: 1,2 kWh
- Pyykinpesukone: 0,80 kWh
- Valaistus: 0,50 kWh
- Sähköauton lataus: 6,0 kWh

Kodin aurinkopaneelijärjestelmä tuottaa 8,0 kWh sähköenergiaa vuorokaudessa. Laske kuinka paljon energiaa täytyy ostaa kuukaudessa sähköverkosta. Kuukaudessa on 30 vuorokautta. Anna vastaus kilowattitunteina (kWh). **2 p.**

$$E_{kulutus} = 0{,}10\ \text{kWh} + 1{,}2\ \text{kWh} + 0{,}80\ \text{kWh} + 0{,}50\ \text{kWh} + 6{,}0\ \text{kWh} = 8{,}6\ \text{kWh}$$

$$E_{osto} = E_{kulutus} - E_{tuotto} = 8{,}6\ \text{kWh} - 8{,}0\ \text{kWh} = 0{,}6\ \text{kWh}$$

kuukaudessa: $E_{osto,kk} = 30 \cdot 0{,}6\ \text{kWh} = 18\ \text{kWh}$

3.3 Sähköautolla ajettiin 350 km:n matka edestakaisin samalla 90,0 km/h vakionopeudella. Menomatkalla polkupyörät kuljetettiin auton katolla, jolloin auton energiankulutus oli 21,8 kWh / 100 km. Paluumatkalla polkupyörät kuljetettiin auton sisällä, jolloin kulutus oli 15,0 kWh / 100 km. Sähköautoa ladattiin 11,2 kW:n latausteholla ensin menomatkan jälkeen ja sitten paluumatkan jälkeen.

Kuinka paljon pidempään menomatkalla kulutetun energian lataus kestää paluumatkalla kulutetun energian lataukseen verrattuna? Ilmoita latausaikojen ero yksikössä tunti (h) kahdella merkitsevällä numerolla. **2 p.**

latausaika menomatkalla: $t_{meno} = \frac{E_{meno}}{P} = \frac{350\ \text{km} \cdot \frac{21{,}8\ \text{kWh}}{100\ \text{km}}}{11{,}2\ \text{kW}} = \frac{76{,}3\ \text{kWh}}{11{,}2\ \text{kW}} = 6{,}8125\ \text{h}$

latausaika paluumatkalla: $t_{paluu} = \frac{E_{paluu}}{P} = \frac{350\ \text{km} \cdot \frac{15{,}0\ \text{kWh}}{100\ \text{km}}}{11{,}2\ \text{kW}} = \frac{52{,}5\ \text{kWh}}{11{,}2\ \text{kW}} = 4{,}6875\ \text{h}$

latausaikojen erotus: $t_{meno} - t_{paluu} = 6{,}8125\ \text{h} - 4{,}6875\ \text{h} = 2{,}125\ \text{h} \approx 2{,}1\ \text{h}$

3.4 Vesivoimalaitos hyödyntää 15 metrin korkeuseroa ja veden virtausnopeus on 120 m^3/s. Hyötysuhde on 90,0 %. Laske voimalan tuottama sähköteho. Ilmoita tulos kilowatteina (kW). **3 p.**

$$P = \eta \frac{\Delta E_{pot}}{t} = \eta \frac{mgh}{t} = \eta \frac{\rho V g h}{t} = \eta \rho \frac{V}{t} g h$$

$$= 0{,}900 \cdot 1\ 000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 120\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15\ \text{m} = 15\ 892\ 200\ \text{W} \approx 16\ 000\ \text{kW}$$

hyv. myös 15 900 kW

Jos laskussa käytetään vedellä tiheyttä $998{,}20\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, tulokseksi saadaan 15 863 594,04 W, joka pyöristyy edelleen joko 16 000 kW:iin tai 15 900 kW:iin.

3.5 Kaukolämpöä voidaan varastoida suurikokoiseen maanalaisessa säiliössä olevaan veteen, jolloin lämpöenergiaa voidaan hyödyntää myöhemmin esimerkiksi rakennusten lämmityksessä. Säiliö on sylinterin muotoinen, halkaisijaltaan 20,0 metriä ja vesipatsaan korkeus on 10,0 metriä. Veden alkulämpötila on 10,0 °C.

Laske, kuinka paljon lämpöenergiaa säiliöön voidaan varastoida, kun säiliön vesimäärä lämmitetään 90,0 °C:seen. Veden ja säiliön lämpölaajenemista ei tarvitse huomioida. Ilmoita tulos megawattitunteina (MWh). **3 p.**

$$Q = cm\Delta T = c\rho V\Delta T = c\rho\pi r^2 h\Delta T$$

$$Q = 4{,}19\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 999{,}70\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{20{,}0\ \text{m}}{2}\right)^2 \cdot 10{,}0\ \text{m} \cdot 80{,}0\ \text{K} = 1\ 052\ 745{,}939\ \text{MJ}$$

$$= \frac{1\ 052\ 745{,}939\ \text{MJ}}{3{,}6\ \frac{\text{MJ}}{\text{kWh}}} = 292\ 429{,}4275\ \text{kWh} \approx 290\ \text{MWh}$$

hyv. myös kolme merkitsevää

Ominaislämpökapasiteetille voidaan käyttää myös esimerkiksi arvo 4,1819 kJ/(kgK) ja tiheydelle arvoa 1 000 kg/m^3. Tulos pyöristyy erilaisilla kombinaatioilla silti edelleen joko arvoon 290 MWh tai kolmella merkitsevällä arvoon 292 MWh tai 293 MWh.

3.6 Tuulivoimalan tuottoteho riippuu tuulen nopeudesta *v*, ilman tiheydestä ρ, hyötysuhteesta η ja roottorin siiven pituudesta *r* seuraavasti:

$$P = \frac{1}{2}\eta \cdot \rho \cdot \pi r^{\,2} \cdot v^{\,3}$$

Tuulivoimala sijaitsee alueella, jossa tuulen keskimääräinen nopeus vaihtelee päivän aikana seuraavasti:
klo 6:00 3 m/s, klo 12:00 6 m/s, klo 18:00 9 m/s.

Laske, kuinka monta kertaa suurempi tuottoteho on klo 18:00 verrattuna klo 6:00:aan. Ilmoita vastauksena pelkkä lukuarvo. **2 p.**

Kaikki muut tehon lausekkeen tekijät ovat samoja klo 6:00 ja klo 18:00 paitsi tuulen nopeus. Vertaillaan tehoja siis tuulen nopeuksien vertailuna.

$$\frac{P_{18:00}}{P_{6:00}} = \left(\frac{v_{18:00}}{v_{6:00}}\right)^3 = \left(\frac{9\ \frac{m}{s}}{3\ \frac{m}{s}}\right)^3 = 3^3 = 27$$

hyv. myös vastaus $27 - 1 = 26$, sillä kysymys oli muotoiltu "kuinka monta kertaa suurempi"

3.7 Tuulivoimalaitoksen roottorin halkaisija on 120 metriä, ja sen pyyhkäisypinta-alan läpi kulkee 105 tonnia ilmaa sekunnissa. (Pyyhkäisypinta-ala tarkoittaa roottorien pyöriessään pyyhkäisemän pinnan alaa.) Ilman tiheys on 1,225 kg/m^3, ja voimalan hyötysuhde on 38 %. Laske, kuinka suuri on tuulivoimalan tuottoteho näissä olosuhteissa. Tuottotehon yhtälö on annettu tehtävässä 3.6. Ilmoita tulos kilowatteina (kW). **3 p.**

ilman nopeus v roottorin pyyhkäisemän pinta-alan $A = \pi r^2$ läpi aikayksikössä kulkevan ilman määrän $\frac{m}{t}$ perusteella: $\frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t} = \frac{\rho A s}{t} = \rho A v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m}{\rho A t} = \frac{1}{\rho A} \cdot \frac{m}{t}$; sijoitetaan

$$\Rightarrow \quad P = \frac{1}{2}\eta\rho A\left(\frac{1}{\rho A} \cdot \frac{m}{t}\right)^3 = \frac{1}{2}\eta\left(\frac{1}{\rho A}\right)^2\left(\frac{m}{t}\right)^3$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 0{,}38 \cdot \left(\frac{1}{1{,}225\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi\left(\frac{120\ \text{m}}{2}\right)^2}\right)^2 \cdot \left(105\ 000\ \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)^3 = 1\ 145\ 894{,}339\ \text{W} \approx 1\ 100\ \text{kW}$$

hyv. myös 1 150 kW

4. Lumi kuplahallin katolla 15 p.

Kuplahalli pysyy pystyssä sen sisäpuolelle pumpattavan ilman ylipaineen avulla. Jos katolle sataa paljon lunta, halli on vaarassa romahtaa.

Hallin pohja on suorakaide, jonka leveys on 75 m ja pituus 120 m. Sen sisällä on 350 Pa:n ylipaine. Kattoa voidaan tarkastella yksinkertaistaen vaakasuorana pohjan muotoisena pintana, jolle lumi sataa tasaisesti. Kattokankaan massa pinta-alaa kohden on 2,0 kg/m^2.

4.1 Kuinka paksu kerros märkää lunta saa hallin katon romahtamaan? Märän lumen tiheys on 250 kg/m^3. **7 p.**

Hallin katto on tasapainossa, joten siihen kohdistuvien voimien vektorisumma on nolla. Kattoon vaikuttavat kankaan ja lumen painot alaspäin, sekä ylipaineen aikaansaama voima ylöspäin.
Newtonin toinen laki skalaarimuodossa on seuraava.

$$F_{\text{ylipaine}} - G_{\text{k}} - G_{\text{l}} = 0$$

$$\Delta p A - G_{\text{k}} - m_{\text{l}} g = 0$$

$$\Delta p A - G_{\text{k}} - A h \rho g = 0$$

$$\Delta p - \frac{m_k}{A} g - h \rho g = 0$$

$$h = \frac{\Delta p - \frac{m_k}{A} g}{\rho g} = \frac{350\ \text{Pa} - 2{,}0\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{250\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}1347...\ \text{m} \approx 13\ \text{cm}$$

4.2 Halli ei ole täysin tiivis, joten pumppukoneisto pumppaa tasaisesti ilmaa sen sisälle. Pumpun tekemä hyötytyö W on laskettavissa paine-eron Δp ja pumpun läpi siirtyvän ilman tilavuuden V tulona: $W \Delta p V$. Pumpun sähköteho on 14 kW ja hyötysuhde 0,60. Kuinka monta kuutiometriä hallista vuotaa ilmaa ulos minuutissa? **5 p.**

Hyötysuhde on hyötytehon ja ottotehon (eli sähkötehon) suhde.

$$\eta = \frac{P_{\text{hyöty}}}{P_{\text{otto}}} = \frac{\frac{\Delta p V}{\Delta t}}{P_{\text{sähkö}}}$$

$$\frac{V}{\Delta t} = \frac{\eta P_{\text{sähkö}}}{\Delta p} = \frac{0{,}60 \cdot 14\ 000\ \text{W}}{350\ \text{Pa}} = 24\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1440\ \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \approx 1400\ \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

4.3 Kohdassa 4.1 tehtiin oletus, että hallin katto on vaakasuora. Todellisuudessa se on liitteenä 4.A olevan kuvan kaltaisesti kaareva.

Onko todellisen kaarevan katon lumenkestävyys kohdassa 4.1 laskettua tulosta suurempi vai pienempi? Perustele miksi. **3 p.**

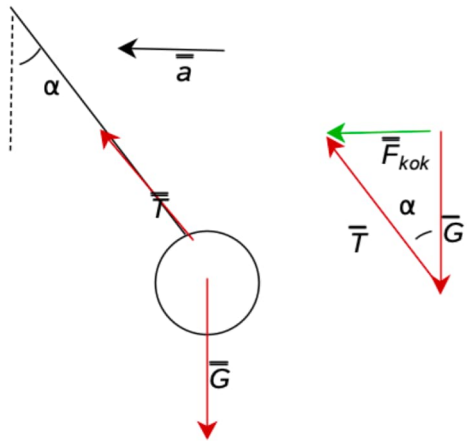
Paine-eron aiheuttama voima kohdistuu kohtisuoraan kankaaseen. Paino aiheuttaa pystysuoran voiman, jonka katolle kohtisuora komponentti on pienempi kuin koko paino. Siksi lumenkesto on todellisuudessa suurempi kuin edellisessä kohdassa laskettu.

5. Pallon lennätys dronella 15 p.

Lukion pihalla lennätettiin dronea, johon oli kytketty 71 cm pitkällä narulla 21 g painava pallo, jonka vaakasuuntainen liike analysoitiin videoanalyysin avulla.

Liitteinä on video lennätyksestä sekä mittaustulokset dronen nopeudesta ajan suhteen.

5.1 Piirrä ja nimeä palloon vaikuttavat voimat kuvan tilanteessa, kun kiinnityslanka muodostaa 25 asteen kulman pystysuoran kanssa ja lentonopeus on vielä hyvin pieni. Kiinnitä huomiota voimien keskinäiseen suuruuteen. Nostetta ei tarvitse huomioida. Kuvaan on merkitty kyseinen kulma sekä langan kiinnityspiste droneen (G). **3 p.**



Palloon vaikuttavat voimat:
paino $\bar{G}$ alas (1p)
narun tukivoima $\bar{T}$ narun suuntaan (1p)
ilmanvastusta ei tarvitse huomoida jos nopeus pieni (1p)

5.2 Määritä pallon hetkellinen kiihtyvyys edellisen kohdan kuvan tilanteessa, jossa lentonopeus oli vielä hyvin pieni. Pallo liikkuu tällöin vain vaakasuunnassa. **6 p.**

Newtonin toisen lain mukaan

$$\bar{F}_{kok} = m\bar{a}$$

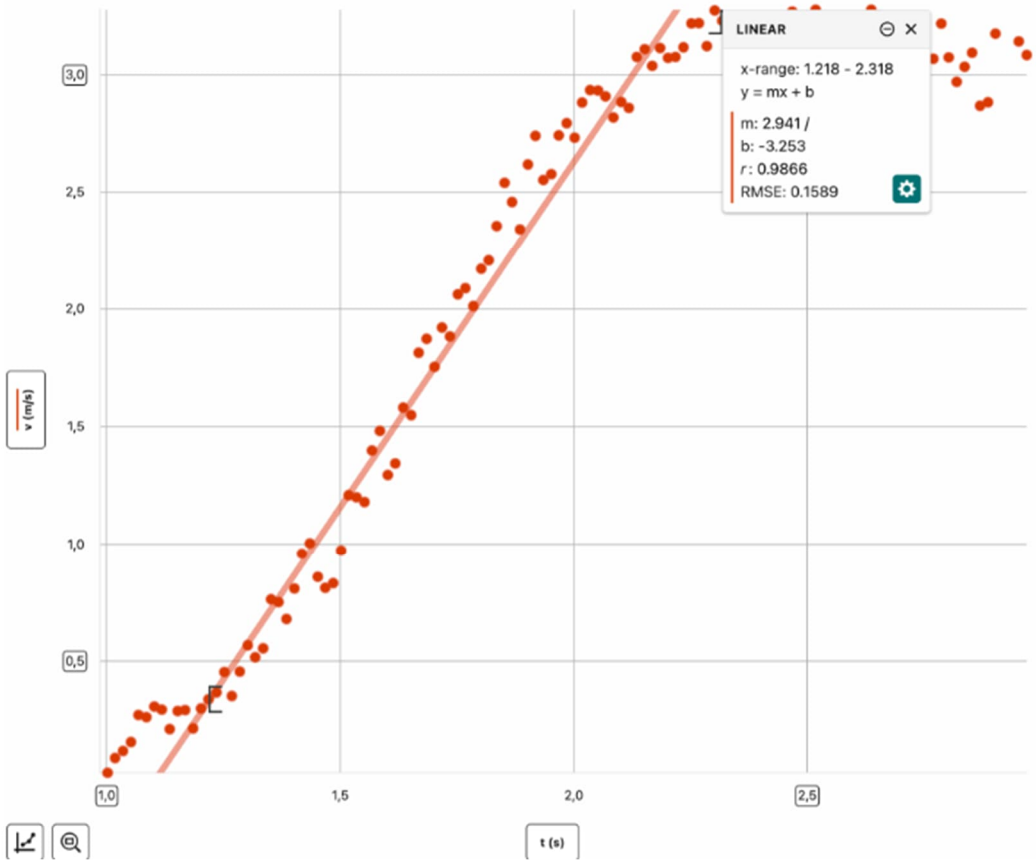
Nopeus on pieni, joten ilmanvastusta ei ole merkittävästi.

$$\bar{F}_{kok} = \bar{G} + \bar{T}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_{kok}}{G}$$
$$F_{kok} = G \cdot \tan(\alpha)$$
$$m \cdot a = mg \cdot \tan(\alpha)$$
$$a = g \cdot \tan(25°) = 4{,}574.. \ \frac{m}{s^2} \approx 4{,}6 \ \frac{m}{s^2}$$

5.3 Aineistossa 5.B on esitetty videoanalyysistä saatu pallon vaakasuuntainen nopeus ajan funktiona. Kuinka suurella teholla palloon vaikuttava kokonaisvoima tekee työtä ajanhetkellä 1,75 s? Tällöin pallo liikkuu vain vaakasuunnassa. **6 p.**

Sovitetaan lineaarinen malli aikavälille jolloin drone kiihdyttää tasaisesti ja määritetään kiihtyvyys kulmakertoimena



kiihtyvyys $a = \ 2{,}941\ \frac{m}{s^2}$

Interpolointi: Nopeus hetkellä 1,75 s on 1,8935.. m/s

Hetkellinen teho hetkellä 1,75 s:

$P = F \cdot v \ = ma \cdot v \ = \ 0{,}021kg \cdot 2{,}94\ \frac{m}{s^2} \cdot 1{,}89\ \frac{m}{s} = 0{,}116689\ W \approx 0,\ 12\ W$

6. Pakastin 15 p.

6.1 Selitä pakastimen toimintaperiaate. Voit käyttää apuna aineiston kuvaa. **5 p.**

Nestemäinen kylmäaine höyrystyy pakastimen sisällä. Höyrystymiseen tarvittava energia tulee pakastimen sisäilmasta, jolloin ilman sisäenergia pienenee ja lämpötila laskee.

Höyry siirtyy pakastimen ulkopuolelle kompressoriin, joka puristaa höyrymäisen kylmäaineen korkeaan paineeseen. Kuuma höyry tiivistyy nesteeksi lauhduttimessa, jossa se luovuttaa energiaa huoneilmaan.

Lauhduttimen jälkeen neste virtaa kuristusventtiilin läpi, jossa sen paine alenee ja neste palaa takaisin höyrystimeen höyrystettäväksi.

6.2 Pakastimen suorituskyky on 2,5. Pakastin pakastaa 41 grammaa 15 celsiusasteista vettä -25 celsiusasteiseksi jääksi minuutissa. Mikä on tällöin pakastimen ottoteho?

Suorituskyky ilmaisee pakastimen siirtämän lämpömäärän ja sähköverkosta otetun energian suhteen. **8 p.**

Pakastimesta siirrettävän energian määrä minuutissa on

$$Q = c_v m_v \Delta T_v + s m_v + c_j m_v \Delta T_j$$

$$= 4{,}19\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 0{,}041\ \text{kg} \cdot 15\ \text{K} + 333\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 0{,}041\ \text{kg} + 2{,}09\ \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 0{,}041\ \text{kg} \cdot 25\ \text{K} = 18{,}3721\ \text{kJ}$$

Lämpöenergiaa pitää poistaa teholla

$$P_Q = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{18{,}3721 \cdot 10^3\ J}{60\ s} = 306{,}201\ 6667\ W$$

Suorituskyky (lämpökerroin) on ε=2,5, joten lämpöenergian poistossa tehtävän työn teho eli sähköenergian kulutuksen teho on

$$P_W = \frac{P_Q}{\varepsilon} = \frac{306{,}201\ 6667\ \text{W}}{2{,}5} = 122{,}480\ 6667\ \text{W} \approx 120\ \text{W}$$

6.3 Kyseinen pakastin käyttää energiaa ottotehollaan keskimäärin 167 minuuttia päivässä. Kuinka paljon pakastimen käyttäminen maksaa vuodessa?

Sähkön hinta on 12 snt / kWh. **2 p.**

Kulutettu sähköenergia saadaan tehon ja ajan tulosta $E = P_W t$. Energian hinnaksi saadaan

$$hinta = 0{,}122\ 480\ 6667\ \text{kW} \cdot 365 \cdot \frac{167}{60}\text{h} \cdot 0{,}12\ \frac{€}{\text{kWh}} \approx 14\ €\ 93\ \text{snt} \approx 15\ €$$